

Universidade do Vale do Paraíba

Programa de Pós-Graduação em Física e Astronomia

**Análise das Velocidades do Padrão de Barras em
Simulações de Galáxias Espirais Pelo Método de
Tremaine-Weinberg**

*Analysis of Bar Pattern Speeds in Spiral Galaxy Simulations Using the
Tremaine-Weinberg Method*

Stephanie Moraes de Andrade

São José dos Campos, SP
2025

Stephanie Moraes de Andrade

**Análise das Velocidades do Padrão de Barras em
Simulações de Galáxias Espirais Pelo Método de
Tremaine-Weinberg**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Física e Astronomia da Universidade do Vale do Paraíba como parte do processo de avaliação para a obtenção do título de Mestre em Física e Astronomia.

Orientador: Irapuan Rodrigues de Oliveira Filho

São José dos Campos, SP

2025

TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE DIVULGAÇÃO DA OBRA

Ficha catalográfica

Andrade, Stephanie Moraes de
Análise das Velocidades do Padrão de Barras em Simulações de Galáxias Espirais Pelo Método de Tremaine-Weinberg / Stephanie Moraes de Andrade; orientador, Irapuan Rodrigues de Oliveira Filho. - São José dos Campos, SP, 2025.
84 p.

Dissertação (Mestrado Acadêmico) - Universidade do Vale do Paraíba, São José dos Campos. Programa de Pós-Graduação em Física e Astronomia.

Inclui referências

1. Física e Astronomia. 2. Galáxias: espirais barradas. 3. Método Tremaine- Weinberg. 4. Simulação de N-corpos. I. Oliveira Filho, Irapuan Rodrigues de, orient. II. Universidade do Vale do Paraíba. Programa de Pós-Graduação em Física e Astronomia. III. Título.

Eu, Stephanie Moraes de Andrade, autor(a) da obra acima referenciada:

Autorizo a divulgação total ou parcial da obra impressa, digital ou fixada em outro tipo de mídia, bem como, a sua reprodução total ou parcial, devendo o usuário da reprodução atribuir os créditos ao autor da obra, citando a fonte.

Declaro, para todos os fins e efeitos de direito, que o Trabalho foi elaborado respeitando os princípios da moral e da ética e não violou qualquer direito de propriedade intelectual sob pena de responder civil, criminal, ética e profissionalmente por meus atos.

São José dos Campos, 14 de Abril de 2025.

Stephanie m. de Andrade

Autor(a) da Obra

Data da defesa: 28 / 02 / 2025

STEPHANIE MORAES DE ANDRADE

**“ANÁLISE DE PADRÕES DE VELOCIDADE DE BARRA EM SIMULAÇÕES DE GALÁXIAS
ESPIRAIS PELO MÉTODO DE TREMAINE-WEINBERG.”**

Dissertação aprovada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre, do Programa de Pós-Graduação em Física e Astronomia, do Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento da Universidade do Vale do Paraíba, São José dos Campos, SP, pela seguinte banca examinadora:

| | |
|--|---------------------------------------|
| Prof. Dr. Alexandre Soares de Oliveira | <i>Alexandre Soares de Oliveira</i> |
| Prof. Dr. Irapuan Rodrigues de Oliveira Filho | <i>Prof. Dr. Irapuan Rodrigues</i> |
| Prof. Dr. Paulo Eduardo Freire Stecchini | <i>Paulo Eduardo Freire Stecchini</i> |
| Prof. Dr. Ivanio Puerari - INAOE/México | <i>Ivanio Puerari</i> |
| Prof. Dr. Nelson Vera Villamizar – UPTC/Colômbia | <i>Nelson Vera Villamizar</i> |

Prof.^a Dr.^a Juliana Ferreira Strixino
Diretora do IP&D – Univap
São José dos Campos, 28 de fevereiro de 2025.

Agradecimentos

Gostaria de expressar minha gratidão a todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

Ao meu orientador, Dr. Irapuan Rodrigues, pela orientação e apoio ao longo de toda a pesquisa. Sua experiência e dedicação foram fundamentais para o desenvolvimento deste projeto.

Agradeço a todos os professores e colegas do curso de Pós-Graduação em Física e Astronomia do IP&D pelos aprendizados durante as disciplinas e pela parceria nos cafés da tarde.

Agradeço também à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela concessão de apoio financeiro, que foi essencial para a concretização deste trabalho.

Por fim, não poderia deixar de agradecer ao meu gato, Café, cuja presença diária tornou as longas horas de trabalho mais leves, sempre trazendo alegria nos momentos mais desafiadores.

“Mesmo a noite mais escura terminará e o sol nascerá.”

VICTOR HUGO
em “Os Miseráveis”, 1862.

Resumo

O estudo da dinâmica de barras em galáxias espirais barradas é essencial para compreender sua evolução estrutural e a redistribuição de momento angular nesses sistemas. Neste trabalho, é aplicado o método de Tremaine-Weinberg em modelos de simulações numéricas de N-corpos para estimar a velocidade do padrão (Ω_p) da barra de galáxias espirais e investigar como diferentes inclinações da galáxia e variações na distribuição de massa afetam essa estimativa. A partir das simulações de N-corpos e da análise de duas galáxias distintas, é possível obter uma comparação detalhada sobre a evolução da barra e sua desaceleração ao longo do tempo. Os resultados indicam que o método fornece estimativas confiáveis de Ω_p , mas sua precisão é influenciada pela inclinação da galáxia e pela escolha dos traçadores. No Modelo 1, o valor conhecido de Ω_p , para o tempo de 1,45 bilhões de anos, é de 33 km/s/kpc, com uma margem de erro de ± 3 km/s/kpc, e foram encontrados os valores de 23 km/s/kpc ± 4 km/s/kpc para a inclinação de 20°, 28 km/s/kpc ± 2 km/s/kpc para 40° e 25 km/s/kpc ± 4 km/s/kpc para 60°, evidenciando a hipótese de que a inclinação é um fator importante a se considerar ao realizar as análises. Para o tempo de 3 bilhões de anos, ainda do Modelo 1, o valor conhecido de Ω_p é de 29 km/s/kpc, com uma margem de erro de ± 3 km/s/kpc, e foram encontrados valores de 24 km/s/kpc ± 4 km/s/kpc para 20°, 26 km/s/kpc ± 3 km/s/kpc para 40°, 25 km/s/kpc ± 3 km/s/kpc para 60° e 20 km/s/kpc ± 8 km/s/kpc para 80°. Já no Modelo 2, foi utilizado o tempo de 1,73 bilhões de anos, e o valor conhecido de Ω_p é de 64 km/s/kpc, com uma margem de erro de ± 3 km/s/kpc, através das análises os valores encontrados foram de -64 km/s/kpc ± 2 km/s/kpc para a inclinação de 20°, -63 km/s/kpc ± 3 km/s/kpc para 40°, -47 km/s/kpc ± 6 km/s/kpc para 60° e -26 km/s/kpc ± 12 km/s/kpc para 80°. Além disso, observou-se uma tendência de desaceleração da barra nos dois modelos, mas no Modelo 2, Ω_p diminuiu de 120 km/s/kpc nos estágios iniciais para 60 km/s/kpc, indicando a transferência de momento angular da barra para o disco e o halo. Este estudo trouxe uma contribuição importante ao avaliar o impacto da inclinação na aplicação do método de Tremaine-Weinberg, permitindo uma análise detalhada das limitações da técnica em diferentes configurações geométricas. Os resultados reforçam a importância do método de Tremaine-Weinberg na análise da dinâmica de barras galácticas e sua aplicabilidade tanto em simulações numéricas quanto em observações astronômicas, contribuindo para a compreensão da evolução dessas estruturas no contexto da astrofísica extragaláctica.

Palavras-chaves: Galáxias espirais, Barras, Método Tremaine-Weinberg, Simulações de N-corpos, Velocidade do Padrão, Dinâmica de galáxias.

Abstract

The study of bar dynamics in barred spiral galaxies is essential for understanding their structural evolution and the redistribution of angular momentum in these systems. In this work, the Tremaine-Weinberg method is applied to models in N-body numerical simulations to estimate the pattern speed (Ω_p) of barred spiral galaxies and investigate how different galaxy inclinations and variations in mass distribution affect this estimate. From N-body simulations and from the analysis of two distinct models, it is possible to obtain a detailed comparison of bar evolution and its slowdown over time. The results indicate that the method provides reliable estimates of Ω_p , but its accuracy is influenced by the galaxy's inclination and the choice of tracers. In Model 1, the known value of Ω_p at 1.45 billion years is 33 km/s/kpc, with a margin of error of ± 3 km/s/kpc, and the values found were 23 km/s/kpc ± 4 km/s/kpc for an inclination of 20° , 28 km/s/kpc ± 2 km/s/kpc for 40° , and 25 km/s/kpc ± 4 km/s/kpc for 60° , highlighting the hypothesis that inclination is an important factor to consider in the analyses. At 3 billion years, still in Model 1, the known value of Ω_p is 29 km/s/kpc, with a margin of error of ± 3 km/s/kpc, and the values found were 24 km/s/kpc ± 4 km/s/kpc for 20° , 26 km/s/kpc ± 3 km/s/kpc for 40° , 25 km/s/kpc ± 3 km/s/kpc for 60° , and 20 km/s/kpc ± 8 km/s/kpc for 80° . In Model 2, at 1.73 billion years, the known value of Ω_p is 64 km/s/kpc, with a margin of error of ± 3 km/s/kpc, and the analysis yielded values of -64 km/s/kpc ± 2 km/s/kpc for an inclination of 20° , -63 km/s/kpc ± 3 km/s/kpc for 40° , -47 km/s/kpc ± 6 km/s/kpc for 60° , and -26 km/s/kpc ± 12 km/s/kpc for 80° . Additionally, a trend of bar slowdown was observed in both models. However, in Model 2, Ω_p decreased from 120 km/s/kpc in the early stages to 60 km/s/kpc, indicating the transfer of angular momentum from the bar to the disk and halo. This study provides an important contribution by evaluating the impact of inclination on the application of the Tremaine-Weinberg method, allowing for a detailed analysis of the technique's limitations in different geometric configurations. The results reinforce the importance of the Tremaine-Weinberg method in the study of galactic bar dynamics and its applicability in both numerical simulations and astronomical observations, contributing to the understanding of the evolution of these structures in the context of extragalactic astrophysics.

Key-words: Spiral galaxies, Bars, Tremaine-Weinberg method, N-body simulations, Pattern Speed, Galaxy dynamics.

Lista de ilustrações

| | |
|---|----|
| Figura 1 – Esquema de Hubble para classificação de galáxias | 20 |
| Figura 2 – Representação esquemática dos componentes de uma galáxia | 21 |
| Figura 3 – Padrão espiral na Via Láctea proposto por Roberts (1969) | 26 |
| Figura 4 – Estrutura espiral das galáxias <i>leading</i> e <i>trailing</i> | 29 |
| Figura 5 – Galáxias NGC 3351 e NGC 1672 | 31 |
| Figura 6 – Curvas iniciais de rotação do Modelo 1 e do Modelo 2 | 41 |
| Figura 7 – Representação do momento 0 da equação de Boltzmann para o Modelo 1, tempo de 1,45 Gyr | 54 |
| Figura 8 – Representação do momento 0 da equação de Boltzmann para o Modelo 1, tempo de 3 Gyr | 55 |
| Figura 9 – Representação do momento 1 da equação de Boltzmann para o Modelo 1, tempo de 1,45 Gyr | 56 |
| Figura 10 – Representação do momento 1 da equação de Boltzmann para o Modelo 1, tempo de 3 Gyr | 58 |
| Figura 11 – Representação do momento 2 da equação de Boltzmann para o Modelo 1, tempo de 1,45 Gyr | 59 |
| Figura 12 – Representação do momento 2 da equação de Boltzmann para o Modelo 1, tempo de 3 Gyr | 61 |
| Figura 13 – Relação entre as integrais de Tremaine-Weinberg $\langle X \rangle$ e $\langle V \rangle$ para o modelo 1, tempo de 1,45 Gyr | 62 |
| Figura 14 – Relação entre as integrais de Tremaine-Weinberg $\langle X \rangle$ e $\langle V \rangle$ para o modelo 1, tempo de 3 Gyr | 63 |
| Figura 15 – Distribuição da velocidade de padrão (Ω_p) em função da coordenada Y para o modelo 1, tempo de 1,45 Gyr | 64 |
| Figura 16 – Distribuição da velocidade padrão (Ω_p) em função da coordenada Y para o modelo 1, tempo de 3 Gyr | 66 |
| Figura 17 – Evolução temporal da velocidade do padrão da barra galáctica (Ω_p) no Modelo 1 | 67 |
| Figura 18 – Representação do momento 0 da equação de Boltzmann para o Modelo 2, tempo de 1,73 Gyr | 69 |
| Figura 19 – Representação do momento 0 da equação de Boltzmann para o Modelo 2, tempo de 1,73 Gyr | 70 |
| Figura 20 – Representação do momento 0 da equação de Boltzmann para o Modelo 2, tempo de 1,73 Gyr | 71 |
| Figura 21 – Relação entre as integrais de Tremaine-Weinberg $\langle X \rangle$ e $\langle Y \rangle$ para o Modelo 2, tempo de 1,73 Gyr | 73 |

| | |
|---|----|
| Figura 22 – Distribuição dos valores estimados da velocidade do padrão da barra galáctica (Ω_p) em função da posição ao longo do eixo Y para o modelo 2 e tempo de 1,73 Gyr. | 74 |
| Figura 23 – Evolução temporal da velocidade do padrão da barra galáctica (Ω_p) no Modelo 2 | 76 |

Lista de tabelas

| | |
|--|----|
| Tabela 1 – Parâmetros dos modelos. | 40 |
|--|----|

Sumário

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 19 |
| 1.1 | Composição e classificação das galáxias | 19 |
| 1.2 | Galáxias espirais e espirais barradas | 21 |
| 1.3 | Dinâmica de galáxias | 22 |
| 1.4 | Velocidade de padrão e estruturas galácticas | 22 |
| 1.5 | Métodos para determinar a velocidade de padrão | 23 |
| 1.6 | Objetivos | 23 |
| 1.7 | Estrutura da dissertação | 24 |
| 2 | GALÁXIAS ESPIRAIS | 25 |
| 2.1 | Formação estelar por choques | 25 |
| 2.2 | Estrutura Espiral | 27 |
| 2.3 | Representação dos braços em espirais logarítmicas | 27 |
| 2.4 | Pitch Angle | 28 |
| 2.5 | Leading e Trailing | 28 |
| 2.6 | Barras | 29 |
| 2.6.1 | Barras fracas | 30 |
| 2.6.2 | Barras fortes | 31 |
| 2.7 | Velocidade de Padrão | 32 |
| 3 | METODOLOGIA | 35 |
| 3.1 | Geração dos modelos de galáxias | 35 |
| 3.1.1 | Disco Estelar | 35 |
| 3.1.2 | Bojo | 36 |
| 3.1.3 | Halo de Matéria Escura | 37 |
| 3.1.4 | Gás Interestelar | 37 |
| 3.1.5 | Barras | 38 |
| 3.1.6 | Condições Iniciais dos Modelos Gerados | 38 |
| 3.2 | Simulações numéricas | 41 |
| 3.3 | Cálculo do Centro da Galáxia | 43 |
| 3.4 | Momentos da Equação de Boltzmann sem Colisões | 44 |
| 3.4.1 | Momento 0: Densidade | 45 |
| 3.4.2 | Momento 1: Velocidade Média | 45 |
| 3.4.3 | Momento 2: Dispersão de Velocidade | 46 |
| 3.5 | Método Tremaine-Weinberg | 46 |
| 3.5.1 | Cálculo do método Tremaine-Weinberg | 47 |

| | | |
|-------|--|-----------|
| 3.5.2 | Variações do método TW | 49 |
| 3.6 | Aplicação do método em simulações de N-corpos de galáxias barra- das isoladas | 50 |
| 4 | RESULTADOS | 53 |
| 4.1 | Modelo 1 | 53 |
| 4.2 | Modelo 2 | 68 |
| 5 | CONCLUSÃO | 79 |
| | REFERÊNCIAS | 81 |

1 Introdução

1.1 Composição e classificação das galáxias

As galáxias são vastas estruturas compostas por estrelas, gás, poeira interestelar, matéria escura, além de um núcleo, dominado por um buraco negro supermassivo. Esses componentes não apenas definem as propriedades observáveis das galáxias, mas também influenciam diretamente sua formação e evolução ao longo do tempo. A dimensão dessas estruturas está diretamente relacionada à quantidade de estrelas que elas abrigam. Galáxias que contêm apenas alguns bilhões de estrelas, por exemplo, são classificadas como anãs, enquanto aquelas que abrigam de centenas de bilhões até trilhões de estrelas são consideradas gigantes.

As estrelas representam o componente visível mais notável das galáxias. Elas variam em idade, massa e temperatura. A distribuição de densidade de matéria difere entre os tipos de galáxias, concentrando-se em regiões específicas, como os braços espirais das galáxias espirais, ou espalhando-se, como nas galáxias elípticas. Além disso, as estrelas mais antigas, ao final de seus ciclos de vida, enriquecem o meio interestelar com elementos pesados liberados durante eventos como supernovas.

O gás interestelar é essencial para a formação de novas estrelas, sendo composto principalmente de hidrogênio (neutro (HI), ionizado (HII) ou molecular (H₂)) e hélio (He), além de uma pequena fração de elementos mais pesados, como o carbono (C), oxigênio (O) e nitrogênio (N) (Frisch; Slavin, 2003). Ele pode existir em diferentes estados, desde nuvens moleculares densas e frias até gás quente e ionizado (Dyson; Williams, 1997). Em galáxias jovens ou ativas, a formação estelar é intensa, pois o gás é abundante. Já em galáxias mais antigas ou elípticas, o gás está praticamente ausente, o que resulta na predominância de estrelas antigas e na ausência de formação estelar recente.

A poeira é composta por partículas microscópicas de silicatos, como o silício (Si), o oxigênio (O), o magnésio (Mg) e o ferro (Fe), além do carbono (C), e desempenha um papel importante ao absorver e dispersar a luz estelar. Essa poeira, que muitas vezes está associada ao gás interestelar, pode obscurecer regiões internas da galáxia, especialmente em galáxias espirais ricas em material interestelar. No entanto, ela também é crucial para a formação de estrelas, pois ajuda no resfriamento do gás interestelar, facilitando o colapso gravitacional responsável pela origem de novas estrelas (Evans, 1994).

A matéria escura, embora invisível à luz, constitui a maior parte da massa de uma galáxia. Sua presença é inferida através de estudos das curvas de rotação galácticas e da dinâmica de sistemas estelares e gasosos. Sem a matéria escura, seria impossível explicar a

coesão gravitacional necessária para manter as galáxias unidas (Rodrigues; Hernández-Arboleda, 2021), apesar de sua natureza ainda não ser completamente compreendida.

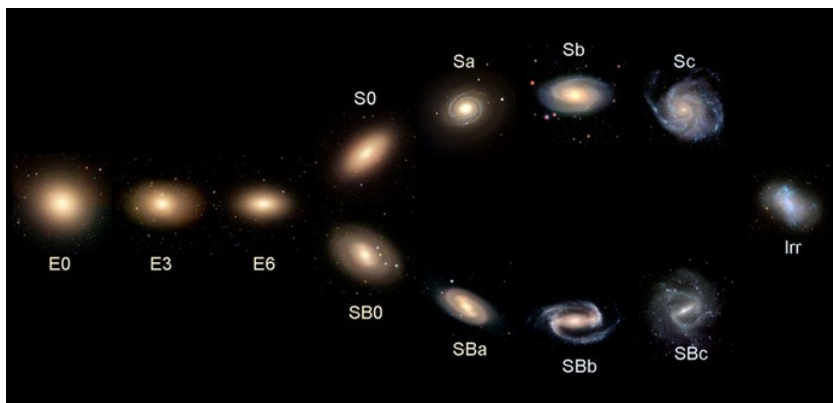
Por fim, muitas galáxias apresentam um núcleo, que pode abrigar um buraco negro supermassivo em seu centro. Em galáxias ativas, esses buracos negros são responsáveis pela emissão de grandes quantidades de energia em forma de radiação. Já em galáxias menos ativas, o núcleo é dominado por aglomerados densos de estrelas antigas.

Além da composição, a forma como esses componentes se organizam permite a classificação morfológica das galáxias. Edwin Powell Hubble (1899–1953) desenvolveu, na década de 1920, um sistema de classificação que divide as galáxias em categorias. As galáxias elípticas (E) têm formas esféricas ou elipsoidais, com pouco ou nenhum gás e poeira, sendo compostas principalmente por estrelas velhas. As galáxias espirais (S) possuem discos bem definidos e braços espirais ricos em gás, poeira e regiões de formação estelar. Já as galáxias espirais barradas (SB) apresentam uma estrutura central prolata em forma de barra de estrelas que atravessa o núcleo e conecta os braços espirais. As galáxias lenticulares (S0 e SB0) são intermediárias entre as elípticas e espirais, com discos, mas sem braços bem definidos, enquanto as galáxias irregulares (Irr) não possuem uma forma bem definida, sendo muitas vezes ricas em gás e poeira (e.g. Koopmann, 1997).

Por fim, as galáxias irregulares, como o próprio nome sugere, não apresentam formas ou estruturas claramente definidas, muitas vezes resultando de interações gravitacionais ou fusões entre galáxias.

Esse sistema de classificação é conhecido como “*diagrama de Hubble*”, representado na Figura 1, e permanece como uma ferramenta essencial para o estudo das propriedades das galáxias

Figura 1 – Esquema de Hubble para classificação de galáxias.

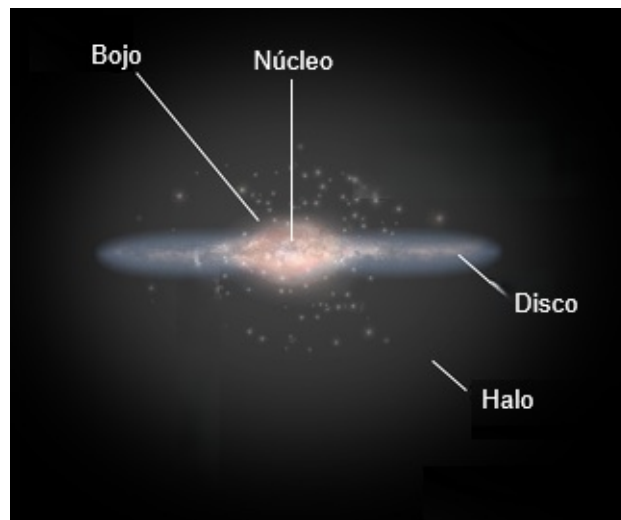


Fonte: (IOWA, 2024)

1.2 Galáxias espirais e espirais barradas

Este trabalho de dissertação concentra-se na análise de galáxias espirais barradas, que constituem uma classe importante dentro da morfologia galáctica. De maneira geral, as galáxias espirais apresentam uma estrutura organizada, composta por diversos elementos fundamentais, como mostra a Figura 2. O núcleo central, geralmente denso e luminoso, abriga estrelas antigas, enquanto o bojo, uma região esférica ou elipsoidal em torno do núcleo, contribui significativamente para o brilho central. O disco estelar, que contém uma mistura de estrelas, gás e poeira, forma o plano principal da galáxia e é o local onde se destacam os braços espirais. Esses braços, compostos por estrelas jovens, gás ionizado e regiões de formação estelar, emergem do bojo central e se estendem em padrões distintos ao longo do disco. Envolvendo toda a estrutura visível, o halo de matéria escura fornece a gravidade necessária para a coesão da galáxia, desempenhando um papel crucial em sua dinâmica geral.

Figura 2 – Representação esquemática de uma galáxia, destacando suas principais componentes: o bojo central, o núcleo, o disco e o halo.



Fonte: adaptado de ESA

Nas galáxias espirais barradas, essa estrutura é complementada pela presença de uma barra central que atravessa o núcleo. Essa barra, formada por estrelas e, ocasionalmente, gás, conecta o núcleo aos braços espirais, que geralmente se originam de suas extremidades. Essa configuração característica, descrita tecnicamente como um elipsóide prolato, influencia diretamente a dinâmica interna da galáxia, especialmente no transporte de gás para o núcleo (Gerhard, 2002a). Esse transporte pode desencadear processos importantes, como surtos de formação estelar ou o aumento da atividade em buracos negros supermassivos centrais, tornando as barras estruturas dinâmicas relevantes para o estudo da evolução galáctica.

A classificação morfológica das galáxias espirais, proposta por Edwin Hubble, organiza essas galáxias em subclasses com base em características como o grau de enrolamento dos braços espirais, o tamanho desses braços e o tamanho relativo do bojo em comparação ao disco galáctico. As galáxias espirais comuns são classificadas como Sa, Sb e Sc, enquanto as espirais barradas recebem as designações SBa, SBb e SBc. As galáxias do tipo Sa e SBa apresentam braços espirais mais compactos e enrolados, associados a bojos centrais grandes e luminosos. Por outro lado, as galáxias Sc e SBc possuem braços espirais amplamente abertos e bem resolvidos, com bojos menos proeminentes. As classes intermediárias, Sb e SBb, apresentam características que combinam elementos de ambos os extremos.

Essas diferenças refletem não apenas variações morfológicas, mas também processos dinâmicos e evolutivos que diferenciam as galáxias espirais barradas das espirais comuns. A presença de uma barra central modifica significativamente a distribuição e o movimento do gás e das estrelas no interior da galáxia, o que influencia desde a formação de novas estrelas até as interações gravitacionais com o meio intergaláctico.

1.3 Dinâmica de galáxias

O comportamento dos sistemas estelares é estudado por uma área da astronomia denominada *Dinâmica de Galáxias*. Essa vertente abrange diferentes segmentos, permitindo o estudo desde o movimento orbital das estrelas individualmente em torno do centro galáctico, até a dinâmica em grande escala de estruturas, como os braços espirais, os bojos e os halos galácticos. Análises dinâmicas são cruciais para entender a formação e evolução das galáxias, bem como suas influências na distribuição de massa, formação estelar, formação de estruturas e interações entre corpos galácticos. O estudo da distribuição de matéria, escura ou luminosa, é fundamental para a determinação da estrutura das galáxias e para a análise de possíveis colisões (e.g. [Campos, 2006](#)).

Dentro desse contexto, a curva de rotação de uma galáxia espiral emerge como uma ferramenta essencial para compreender a distribuição interna de massa dessas galáxias. Essa curva relaciona a velocidade de rotação das estrelas e do gás em função da distância ao centro da galáxia. Observacionalmente, em galáxias espirais, as velocidades de rotação tendem a se manter aproximadamente constantes até grandes distâncias do centro, um fenômeno que reforça a importância da distribuição de massa e de suas implicações dinâmicas.

1.4 Velocidade de padrão e estruturas galácticas

Diferentemente de um corpo rígido, em que todas as partes giram com a mesma velocidade angular (Ω_p), uma galáxia espiral exhibe rotação diferencial, onde a velocidade

angular das estrelas e do gás varia com o raio. No centro da galáxia, as velocidades angulares são maiores, e à medida que se afasta do centro, a velocidade angular diminui, resultando em diferentes velocidades de rotação ao longo do disco galáctico. Entretanto, dentro das galáxias existem estruturas, como barras e braços espirais, que se comportam de maneira diferente do disco em geral. Essas estruturas são teoricamente tratadas como padrões que giram como corpos rígidos, com uma velocidade angular constante, conhecida como velocidade de padrão (ou *pattern speed*, Ω_p). Essa velocidade de padrão tende em ser a mesma para todos os pontos da estrutura, o que contrasta com a rotação diferencial do disco galáctico (Pfenniger; Saha; Wu, 2023). No caso das barras, por exemplo, Ω_p é a velocidade angular da rotação da barra em torno do centro galáctico, e para os braços espirais, Ω_p representa a velocidade com que o padrão espiral se move pelo disco.

Para compreender melhor essas dinâmicas complexas e testar as hipóteses teóricas sobre a rotação diferencial e a velocidade de padrão (Ω_p), análises numéricas se mostram indispensáveis. As simulações de N-corpos, por exemplo, representam um ambiente controlado, permitindo a obtenção de informações diretas e detalhadas sobre a distribuição, a dinâmica e as propriedades das partículas em galáxias. Elas oferecem uma ferramenta capaz de verificar as hipóteses formuladas com maior precisão.

1.5 Métodos para determinar a velocidade de padrão

Existem diferentes métodos para determinar a velocidade de padrão em galáxias espirais (Tremaine; Weinberg, 1984; Sellwood; Athanassoula, 1986; Pfenniger; Friedli, 1991). O método mais direto, atualmente, é o proposto por Tremaine e Weinberg (1984), embora exista questionamentos sobre sua confiabilidade.

Nas galáxias espirais barradas, o método de Tremaine-Weinberg (TW) assume uma velocidade de padrão constante em todo o disco. No entanto, essa suposição tem sido questionada, pois simulações de N-corpos são capazes de demonstrar variações na velocidade de padrão entre a barra e os braços espirais (Sparke; Sellwood, 1987). Além disso, a interação entre as barras e os braços espirais pode influenciar significativamente a velocidade de padrão (Hilmi et al., 2020). Essas considerações ressaltam a complexidade do problema e a necessidade de realizar testes e ajustes para aprimorar a consistência e a aplicabilidade do método.

1.6 Objetivos

Considerando a significativa influência da Dinâmica de Galáxias nos estudos astrofísicos, este trabalho tem como objetivo aplicar o método Tremaine-Weinberg para calcular a velocidade de padrão em algumas simulações de galáxias espirais barradas, com

o propósito de verificar a validade do método.

1.7 Estrutura da dissertação

A dissertação está organizada em quatro capítulos. No Capítulo 2, são discutidas as características das estruturas espirais, incluindo sua morfologia e composição. No Capítulo 3, é apresentada a metodologia utilizada no trabalho, trazendo explicações sobre o cálculo do centro da galáxia, cálculo dos momentos da equação de Boltzmann sem colisões, uma explicação detalhada do funcionamento do método Tremaine-Weinberg, assim como seu processo matemático para determinar a velocidade de padrão com base em informações conhecidas da galáxia. Além disso, são detalhados os procedimentos para a geração dos modelos simulados, bem como a aplicação desses modelos em simulações de N-corpos para analisar a evolução temporal das galáxias. Por fim, no Capítulo 4, são apresentadas todas as análises realizadas com as simulações de N-corpos para os modelos gerados, destacando os resultados obtidos e suas implicações para o método TW e para o entendimento das dinâmicas das galáxias.

2 Galáxias espirais

Compreender a presença e persistência dos braços na estrutura das galáxias espirais sempre foi um desafio. O primeiro passo foi dado por Lindblad (1947). Lindblad reconheceu que a estrutura espiral surge através da interação entre as órbitas e as forças gravitacionais das estrelas no disco de uma galáxia, e que essas interações deveriam ser investigadas por meio da dinâmica estelar. Sua interpretação era de que as estrelas e suas órbitas produziam uma *onda de densidade*, ou seja, as posições geométricas das órbitas estelares provocavam um aumento de densidade em forma de braços espirais.

Posteriormente, surgiram estudos na astronomia que aumentaram o interesse pela estrutura espiral, sendo responsáveis por desenvolver parte do fundamento teórico necessário para o estudo da estrutura espiral e da estabilidade dos discos galácticos.

Um desses estudos foi apresentado por Lin e Shu (1964). Assim como Lindblad, eles reconheceram que a estrutura espiral poderia ser interpretada como uma onda de densidade. Os pesquisadores demonstraram que muitas das ferramentas utilizadas na mecânica de ondas poderiam ser aplicadas ao estudo das propriedades das ondas de densidade em discos estelares. Ao combinar essas percepções com a hipótese proposta por Lindblad, foi possível determinar que os padrões espirais de algumas galáxias eram duradouros, ou seja, a aparência de seu padrão permanecia inalterada ao longo de muitos períodos orbitais das galáxias. Esses novos conceitos culminaram na hipótese de Lin-Shu, que propõe que a estrutura espiral é uma onda de densidade quase estacionária.

Através dessas novas pesquisas, a dinâmica de discos com rotação diferencial foi desenvolvida em um formalismo denominado “**Teoria das Ondas de Densidade**”, sendo essencial para a compreensão da formação das estruturas espirais e da investigação da estabilidade gravitacional de galáxias.

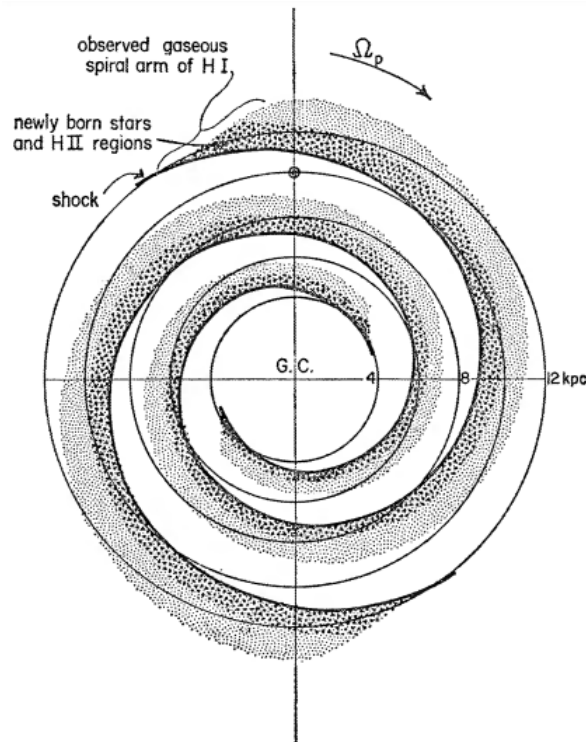
2.1 Formação estelar por choques

Um estudo conduzido por Roberts (1969) propõe um mecanismo de formação estelar induzido por choques em um cenário de ondas de densidade. Em sua pesquisa, ele considerou o movimento relativo entre o gás no disco galáctico e um padrão espiral de dois braços. Quando uma perturbação¹, como a crista de uma onda de densidade, atravessa uma região do disco, ela promove a formação de estrelas devido à velocidade relativa entre a onda de densidade e o disco, ou seja, choque de região de mais alta densidade com o material do disco, cuja densidade é momentaneamente aumentada. Em resumo, os

¹ Ver Seção 2.2 para a definição de potencial perturbador.

choques das frentes de ondas são responsáveis pelo colapso gravitacional das nuvens de gás, desencadeando a formação estelar. Roberts descreveu o cenário dos padrões espirais da Via Láctea, conforme ilustrado na Figura 3.

Figura 3 – Padrão espiral na Via Láctea proposto por Roberts (1969). A imagem representa o mecanismo de formação estelar por choques, apresentando um padrão de densidade espiral bissimétrico, onde a velocidade relativa entre o padrão e o disco de gás gera uma faixa de estrelas novas e de regiões HII.



Fonte: Roberts (1969).

À medida em que a onda de densidade atravessa o disco galáctico, as estrelas formadas são deixadas para trás, envelhecendo e resultando em uma distribuição azimutal de idades estelares ao longo dos braços espirais.

Para uma melhor compreensão, assumimos que o padrão espiral possui uma velocidade angular aproximadamente constante, enquanto o disco de gás estelar apresenta rotação diferencial. O *raio de corrotação* é definido como o raio no qual a velocidade angular do padrão espiral (Ω_p) é igual à velocidade angular do disco ($\Omega(R)$). Dentro do raio de corrotação, a velocidade de rotação do disco é maior que a velocidade do padrão ($\Omega > \Omega_p$), enquanto que fora deste raio ocorre o oposto ($\Omega < \Omega_p$).

Consequentemente, o cenário de formação estelar indica que dentro do raio de corrotação, o gás e as estrelas do disco atropelam o padrão espiral, enquanto fora do raio de corrotação é o padrão que atropela o material do disco. Essa interação forma uma

frente de choque nos braços espirais, resultando no deslocamento da frente de choque do lado côncavo para o lado convexo do braço espiral no raio de corotação.

2.2 Estrutura Espiral

Um potencial perturbador refere-se a uma força ou influência externa que pode alterar o movimento e a dinâmica de um sistema. No caso das galáxias, esse potencial pode resultar de interações com outras galáxias, podendo impactar sua estrutura interna ao promover a formação de barras, a geração de braços espirais e a redistribuição de gás e estrelas.

O estudo desses potenciais é importante para compreender parte da evolução dinâmica dos sistemas estelares. Athanassoula (1984) descreve um potencial perturbador utilizando a notação de onda

$$\Phi(r, \theta, t) = A(r)e^{j(\Psi(r) + \Omega_q t - m\theta)}, \quad (2.1)$$

considerando r e θ como coordenadas polares galactocêntricas, $A(r)$ é a amplitude de oscilação da onda, Ω_q é uma frequência angular de oscilação independente de r , t é o tempo, m é o número de braço espirais, e $\Psi(r)$ é chamada de fase radial da onda. Deste modo, se as curvas de fase forem constantes

$$\Psi(r) + \Omega_q t - m\theta = \text{constante}. \quad (2.2)$$

Ao considerarmos o tempo t e a constante iguais a zero, obtemos

$$\Psi(r) - m\theta = 0. \quad (2.3)$$

Para toda função $\Psi(r)$ monotonicamente crescente, a relação expressa pela equação (2.3) representa propriedades geométricas básicas de uma espiral simples.

Estudos realizados nesta área da astronomia mostraram que as espirais logarítmicas², $\Psi(r) = \alpha \ln(r)$, sendo α o *pitch angle*³, são capazes de descrever com precisão os braços de galáxias discoidais (Reynolds, 1925; Danver, 1942; Rots, 1975; Boeshaar; Hodge, 1977).

2.3 Representação dos braços em espirais logarítmicas

Quando utilizamos as coordenadas polares, podemos expressar uma espiral logarítmica através da seguinte equação

$$r = r_0 e^{-\frac{m}{p}\theta}, \quad (2.4)$$

² Ver Seção 2.3 para a representação de braços espirais logarítmicos.

³ Ver Seção 2.4 para a definição de pitch angle.

onde m é o número de braços (ou periodicidade angular), r e θ são as coordenadas polares, e p é a variável relacionada ao *pitch angle* α da espiral através da expressão

$$\tan(\alpha) = -\frac{m}{p} \Rightarrow \alpha = \arctan\left(-\frac{m}{p}\right). \quad (2.5)$$

A função logarítmica é uma forma comum de se representar a estrutura espiral de galáxias, pois captura a natureza de sua forma. Essa espiral é caracterizada pelo fato de que o *pitch angle* é constante ao longo de toda a extensão do braço, o que implica que sua forma não muda conforme se distancia do núcleo galáctico, apresentando um formato regular e simétrico.

2.4 Pitch Angle

O ângulo de enrolamento dos braços espirais, também conhecido como *pitch angle* (α), é um parâmetro fundamental na caracterização da estrutura espiral de galáxias. Este ângulo quantifica o grau de enrolamento dos braços espirais.

Quando os valores de *pitch angle* são pequenos, os braços espirais são mais enrolados (como nas galáxias de tipo Sa e SBa), enquanto os braços menos enrolados possuem valores de *pitch angles* maiores (Sc e SBc). Em muitas galáxias, o valor de α mantém-se constante ao longo de toda a extensão dos braços espirais, independentemente do raio, sendo que uma galáxia espiral típica possui um valor $\alpha \simeq 10^\circ - 15^\circ$ (Binney; Tremaine, 2008).

Compreender o *pitch angle* é relevante para estudos da Dinâmica, pois a forma e a estrutura dos braços espirais estão intimamente relacionadas aos padrões de movimento das estrelas e do gás na galáxia. Uma medição precisa do *pitch angle* pode fornecer informações sobre a distribuição de massa, a presença de barras e os processos de formação estelar (Yu; Ho, 2019).

2.5 Leading e Trailing

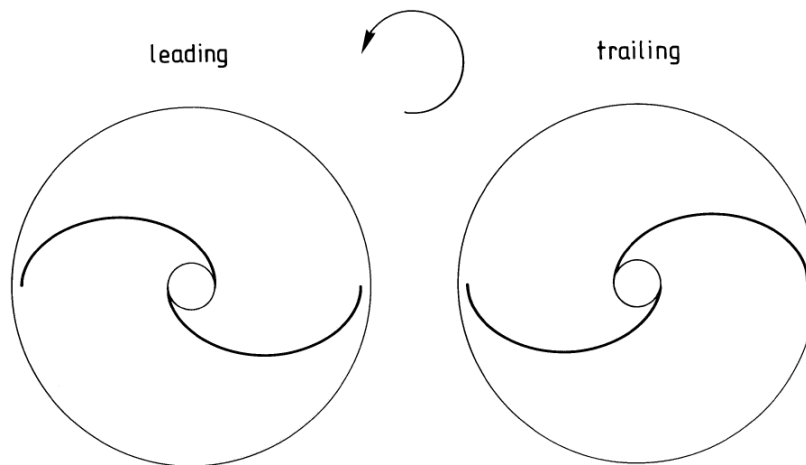
Os braços espirais também podem ser classificados com base em sua orientação relativa à rotação da galáxia. Os braços denominados *trailing* são aqueles que apontam na direção oposta à rotação da galáxia, enquanto os braços *leading* apontam na mesma direção da rotação da galáxia (ver Figura 4).

Observacionalmente, determinar se os braços espirais de uma galáxia são *leading* ou *trailing* não é uma tarefa fácil, pois a inclinação da galáxia em relação à linha de visada pode levar a efeitos de projeção que dificultam a interpretação da geometria tridimensional dos braços espirais.

Uma galáxia é descrita como *face-on* quando é observada de frente, ou seja, olhando diretamente para o plano do disco galáctico, com uma inclinação de 0° . Nessa orientação, vemos a galáxia como um círculo ou uma elipse, sendo possível identificar claramente suas características espirais ou anulares, como os braços espirais, o núcleo e, às vezes, a barra central. Em galáxias *face-on*, a direção da rotação não pode ser determinada a partir das velocidades radiais.

Uma galáxia é descrita como *edge-on* quando é observada de lado, ou seja, olhando para a borda do disco galáctico, com uma inclinação de 90° . Nessa orientação, a galáxia aparece como uma linha fina ou um elipse alongada, e é difícil discernir detalhes, como os braços espirais. No entanto, podemos observar características como o bojo central e, por vezes, uma barra, e as estruturas verticais, como o disco fino ou espesso, de forma mais clara (Binney; Tremaine, 2008).

Figura 4 – A imagem ilustra a estrutura espiral de uma galáxia, destacando os braços *leading* e *trailing*. Os braços *leading* seguem a direção da rotação da galáxia, enquanto os braços *trailing* se curvam na direção oposta. A seta indica a direção de rotação da galáxia, ajudando a diferenciar os dois tipos de braços.



Fonte: Binney e Tremaine (2008)

2.6 Barras

A existência de uma barra central na Via Láctea foi proposta por Johnson (1957). No entanto, essa hipótese não foi amplamente aceita durante várias décadas, até que evidências começaram a surgir em pesquisas posteriores. Estudos observacionais modernos sobre a barra na Via Láctea incluem a cinemática de HI e gás molecular nas regiões centrais de alguns kiloparsecs, fotometria de superfície no infravermelho próximo, microlenteamento gravitacional e contagem de estrelas (Gerhard, 2002b).

As características das barras variam conforme o tipo de galáxia (Elmegreen, 1996). As galáxias *early-type* contêm predominantemente estrelas mais antigas, com baixo conteúdo de gás e poeira, e a taxa de formação estelar é reduzida devido à falta de estruturas como braços espirais. As barras nesses tipos de galáxias não são densamente concentradas em seu centro, apresentando um brilho superficial quase constante ao longo do eixo maior.

Em contraste, as galáxias *late-type* possuem tanto estrelas jovens quanto antigas, além de maior quantidade de gás e poeira, resultando em uma alta taxa de formação estelar. Essas galáxias possuem barras com perfis de brilho superficial exponenciais, semelhantes aos do disco. Além disso, as barras em galáxias *early-type* são proporcionalmente maiores em relação ao tamanho do disco.

Muitas galáxias espirais barradas exibem aglomerados de estrelas jovens e regiões HII próximas às extremidades das barras. Essas galáxias apresentam algumas variações em suas características morfológicas, particularmente no que diz respeito à força e a proeminência da barra central, que atravessa o núcleo galáctico, podendo variar significativamente em sua intensidade.

Nas galáxias espirais barradas é possível existir dois tipos distintos de barras que podem ser observadas: as barras fortes e as barras fracas. Cada tipo contribui de maneira única para a morfologia galáctica, adicionando complexidade ao estudo das galáxias espirais (Athanassoula, 2003).

2.6.1 Barras fracas

As barras fracas são menos proeminentes, possuindo uma intensidade e um contraste menores em relação ao disco (Bureau; Athanassoula, 2005). Elas são caracterizadas por uma densidade estelar mais baixa e uma menor influência gravitacional na redistribuição de gás e poeira ao longo do disco galáctico, permitindo que a estrutura espiral permaneça relativamente intacta. Como consequência, a formação estelar tende a ser menos concentrada ao longo da barra, ocorrendo de forma mais distribuída nos braços espirais.

Estudos anteriores mostraram que barras fracas tendem a ter perfis exponenciais (Elmegreen; Elmegreen, 1985; Elmegreen et al., 1996; Kim et al., 2015; Kruk et al., 2018), mas a comunidade científica ainda não chegou a um consenso sobre a melhor forma de defini-las. Detectá-las com precisão em observações astronômicas requer técnicas de imagem de alta resolução e análises detalhadas, pois sua menor luminosidade e contraste tornam-nas mais difíceis de identificar.

Tradicionalmente, a maior parte da pesquisa tem se concentrado nas barras mais fortes, já que elas são estruturas mais evidentes. No entanto, as barras fracas, embora menos destacadas, são estruturas muito comuns em galáxias. Géron et al. (2021) usaram classificações morfológicas do Galaxy Zoo (Lintott et al., 2008), baseadas em imagens do

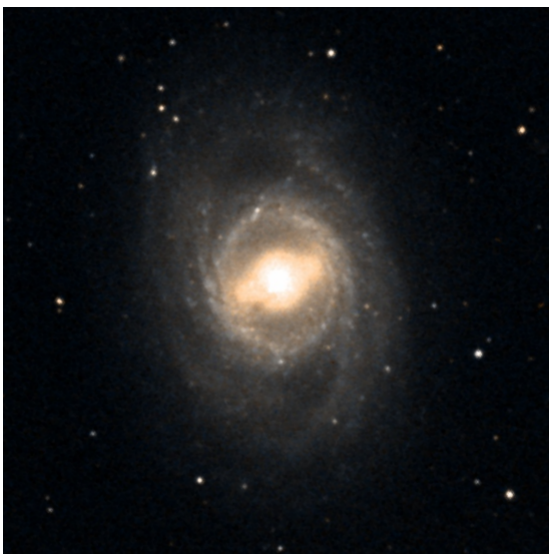
Dark Energy Camera Legacy Survey (DECaLS; [Dey et al., 2019](#)), para estudar barras fracas, descobrindo que cerca de 28% de todas as galáxias discoidais possuem uma barra fraca.

2.6.2 Barras fortes

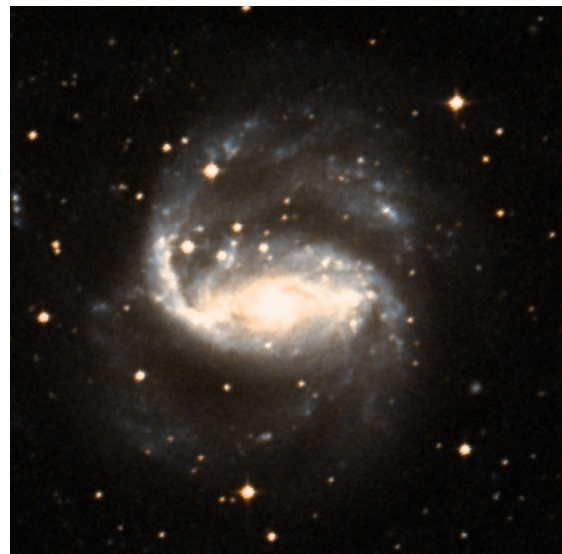
As barras fortes estão presentes em aproximadamente 16% das galáxias discoidais ([Géron et al., 2021](#)). Essas estruturas são mais proeminentes e frequentemente mais longas, estendendo-se por uma porção significativa do disco galáctico. As barras fortes têm um impacto maior na redistribuição de gás e poeira, canalizando esses materiais em direção ao núcleo, que podem alimentar o buraco negro central da galáxia. Esse processo pode resultar em uma formação estelar intensa, tanto ao longo da barra quanto no núcleo da galáxia. A morfologia das galáxias com barras fortes é frequentemente dominada pela barra, com os braços espirais se originando nas extremidades da barra e sendo fortemente influenciados por sua presença. Essa influência pode criar padrões de densidade e fluxo de gás mais complexos, resultando em uma morfologia mais assimétrica.

Duas galáxias barradas podem ser visualizadas nas imagens (a) e (b) da Figura 5, a fim de compreender diferenças entre algumas barras.

Figura 5 – (a) Galáxia NGC 3351. Possui uma barra relativamente curta e menos proeminente em comparação com a estrutura espiral. (b) Galáxia NGC 1672. A barra é uma característica dominante desta galáxia, afetando fortemente a morfologia e promovendo intensa formação estelar ao longo da barra. Ambas imagens têm 9 minutos de arco de largura.



(a)



(b)

Fonte: ESASky.

2.7 Velocidade de Padrão

De acordo com a hipótese de Lin-Shu de que a estrutura espiral é uma onda de densidade quase estacionária, é possível definir uma velocidade de padrão (Ω_p). Este padrão é um parâmetro fundamental para os estudos dinâmicos de galáxias.

Se a amplitude⁴ do padrão espiral for pequena, o material na galáxia viaja em órbitas quase circulares a uma velocidade angular que varia com o raio. A velocidade angular do material, $\Omega(R)$, é uma função decrescente do raio para quase todas as galáxias, pois a velocidade diminui à medida que se afasta do centro, devido à diminuição da influência gravitacional.

Quando um padrão espiral em um raio R tem a velocidade angular igual à velocidade do padrão, ou seja, $\Omega(R) = \Omega_p$, denomina-se *raio de corrotação*. Portanto, quando a velocidade angular do material é maior que a velocidade do padrão, $\Omega(R) > \Omega_p$, diz-se que está dentro do raio de corrotação, enquanto um padrão com $\Omega(R) < \Omega_p$ está fora do raio de corrotação (Binney; Tremaine, 1987).

Existem evidências de que as barras também possuem um padrão de velocidade bem definido, então seria improvável que estruturas transitórias estejam sendo enroladas por uma rotação diferencial, corroborando com a hipótese de Lin-Shu. A velocidade de padrão da barra é dada por Ω_b , sendo geralmente parametrizada pela razão entre o raio de corrotação e o semi-eixo maior da barra, como mostra a equação (2.6)

$$\mathcal{R} = R_{CR}/a_b. \quad (2.6)$$

Argumentos dinâmicos mostram que as barras fracas devem ter $\mathcal{R} > 1$; ou seja, as barras fracas não podem se estender além do raio de corrotação. Frequentemente se diz que as barras são “rápidas” se $1 < \mathcal{R} < 1.4$ e “lentas” se $\mathcal{R} > 1.4$ (Binney; Tremaine, 2008).

Diversos estudos apresentaram métodos para calcular a velocidade de rotação padrão. Uma abordagem popular é a transformada de Fourier aplicada à distribuição de partículas radiais em função do ângulo no tempo (Sellwood; Athanassoula, 1986); no entanto, esse método apresenta várias limitações.

Primeiramente, o método de Fourier assume que os dados podem ser descritos por funções periódicas. No entanto, os padrões de velocidade em galáxias espirais podem ser complexos e não seguir uma periodicidade bem definida, especialmente em regiões afetadas por interações ou perturbações. Além disso, a eficácia do método está intimamente ligada à resolução dos dados.

⁴ Intensidade ou força das perturbações que formam os braços espirais em uma galáxia. Está relacionada ao contraste entre as regiões mais densas (os braços espirais) e as regiões menos densas do disco galáctico.

Outro desafio é a presença de ruído nos dados de observação, que pode interferir na qualidade da análise. O ruído pode introduzir artefatos ou mascarar padrões reais, dificultando a interpretação dos resultados. Adicionalmente, galáxias espirais podem exibir características que não são periodicamente estruturadas ou que variam ao longo do tempo, como braços espirais deformados ou perfis de rotação variáveis, o que complica a aplicação do método de Fourier (Pfenniger; Saha; Wu, 2023).

Um outro método, conhecido como Método Potencial, ou Integral de Jacobi, foi apresentado por Wu, Pfenniger e Taam (2018). Este método consiste em calcular a velocidade de padrão em galáxias por meio da determinação do potencial gravitacional que rege a dinâmica de seus componentes. A precisão do método depende da exatidão com que o potencial gravitacional é calculado. Se a distribuição de massa usada para calcular o potencial não for precisa, o campo de velocidades derivado também será impreciso. Isso pode ocorrer se houver incertezas na modelagem da distribuição de massa da galáxia ou se a resolução espectral dos dados observacionais não for suficiente. Além disso, o método pode enfrentar dificuldades quando aplicado a galáxias com estruturas complexas ou perturbações significativas, como interações com outras galáxias ou a presença de grandes nuvens de gás. Outra limitação é que o método assume que a galáxia está em equilíbrio dinâmico, o que pode não ser o caso em algumas galáxias, especialmente em estágios ativos de formação estelar ou em galáxias que passaram por eventos de fusão. Nesses casos, a dinâmica da galáxia pode ser não estacionária, o que compromete a aplicação do método.

Outro método, especificamente para galáxias espirais barradas, foi proposto por Pfenniger e Friedli (1991). A ideia central desse método é medir a velocidade padrão associada à barra calculando o tensor de inércia para as partículas localizadas em uma região específica da galáxia. Para aplicar o método, é necessário calcular o tensor de inércia, que descreve a distribuição da massa ao redor dos eixos principais da galáxia. Nesse caso, o cálculo é realizado considerando apenas as partículas localizadas em um cilindro com o mesmo tamanho da barra galáctica. Após calcular o tensor de inércia, o método determina o ângulo do eixo maior da barra, que é então utilizado para inferir a velocidade padrão da barra da galáxia. A abordagem é projetada para fornecer uma estimativa quase instantânea da velocidade, capturando a dinâmica da barra em um dado momento específico.

No entanto, o método tem uma limitação significativa: a precisão dos resultados pode depender do tamanho do cilindro escolhido para o cálculo do tensor de inércia. Se o tamanho do cilindro não corresponder exatamente ao tamanho real da barra, os resultados obtidos podem ser imprecisos. Essa dependência do tamanho do cilindro pode tornar o método menos confiável, pois é desafiador garantir que o cilindro representado reflita adequadamente a barra da galáxia (Pfenniger; Friedli, 1991).

Atualmente, a maneira mais direta de medir a velocidade de padrão é a partir do padrão de fluxo de uma população traçadora que obedece à equação de continuidade,

como estrelas antigas do disco. Este método foi proposto por Tremaine e Weinberg (1984), com modificações subsequentes por Merrifield, Rand e Meidt (2006) e Meidt et al. (2008). Neste método, assume-se a conservação da população observada no plano galáctico e, através da integração dos gradientes espaciais, é possível obter a velocidade do padrão da barra quando apenas o componente na linha de visada (*line of sight* - LOS) e o ângulo de inclinação são conhecidos. O método de Tremaine-Weinberg (TW) será explicado com mais detalhes no Seção 3.5.

Essa abordagem tem sido usada para medir a velocidade de barras em diversas galáxias lenticulares e espirais *early-type*, com uma incerteza típica de cerca de 30%. O método é menos eficiente para espirais *late-type*, nas quais os dados cinemáticos e fotométricos são contaminados por estrelas jovens que podem ter se formado em choques associados à barra; essas não satisfazem a equação de continuidade e, portanto, violam uma das premissas fundamentais nas quais se baseia o método (Binney; Tremaine, 2008).

3 Metodologia

Neste Capítulo, são descritas as etapas metodológicas empregadas para a análise dos padrões de velocidade em galáxias espirais barradas. Inicialmente, aborda-se a modelagem das galáxias, destacando os parâmetros fundamentais utilizados na construção dos modelos numéricos. Em seguida, discute-se o processo de simulação, no qual são empregadas técnicas computacionais para reproduzir cenários realistas, permitindo a comparação entre previsões teóricas e observações.

Após a apresentação da modelagem e da simulação, é descrito o cálculo do centro da galáxia, fundamental para estabelecer uma referência precisa ao analisar a dinâmica galáctica. O centro da galáxia é determinado a partir do mínimo do potencial gravitacional, garantindo uma base confiável para a interpretação dos movimentos internos.

Em seguida, são apresentados os momentos da equação de Boltzmann, que resumem as propriedades dinâmicas do sistema em termos de densidade, velocidade média e dispersão de velocidade. Essa formulação permite uma transição entre a complexidade teórica e as interpretações físicas observáveis.

Por fim, é detalhada a aplicação do método Tremaine-Weinberg, amplamente utilizado para medir a velocidade de padrões em galáxias. Além do método original, explora-se suas variações e a implementação em simulações de N-corpos, utilizadas como banco de testes para validar e refinar os resultados. Essa abordagem integrativa conecta teoria e simulação, fornecendo uma visão abrangente da dinâmica de galáxias espirais barradas.

3.1 Geração dos modelos de galáxias

A modelagem de galáxias consiste em representar, de maneira matemática e numérica, seus componentes principais: disco, bojo, halo e gás. Os modelos construídos para este trabalho seguiram as abordagens descritas por [Hernquist \(1990\)](#), [Hernquist \(1993\)](#), [Springel e White \(1999\)](#) e [Springel, Di Matteo e Hernquist \(2005\)](#).

3.1.1 Disco Estelar

O disco estelar é descrito por uma densidade superficial exponencial, representada por

$$\Sigma(R) = \frac{M_d}{2\pi R_d^2} e^{-R/R_d}, \quad (3.1)$$

onde M_d é a massa total do disco, e R_h é o raio de escala radial. O brilho radial é responsável por capturar a concentração de estrelas em direção ao centro da galáxia, enquanto o perfil vertical é modelado como uma folha isotérmica (Hernquist, 1993)

$$\rho_d(R, z) = \frac{\Sigma(R)}{2z_0} \operatorname{sech}^2\left(\frac{z}{z_0}\right), \quad (3.2)$$

onde z_0 é a espessura vertical do disco, ajustada para reproduzir o suporte gravitacional e a estabilidade do sistema.

As velocidades das estrelas no disco são configuradas usando o parâmetro de estabilidade de Toomre (Q) e a dispersão de velocidades em cada direção:

$$Q = \frac{\kappa \sigma_R}{\pi G \Sigma} \quad (3.3)$$

onde κ é a frequência epicyclica¹, σ_R é a dispersão de velocidade radial e G é a constante gravitacional. A dispersão de velocidade é calculada para garantir que o disco seja dinamicamente estável contra perturbações axissimétricas.

Se $Q < 1$: O disco é instável, favorecendo o colapso gravitacional e o crescimento de instabilidades, que podem levar à formação de estruturas como braços espirais e barras.

Se $Q > 1$: O disco é estável contra perturbações locais, impedindo a fragmentação em subestruturas densas.

No contexto da formação de barras em simulações numéricas de galáxias isoladas, a instabilidade de Toomre desempenha um papel essencial. Mesmo discos inicialmente estáveis ($Q > 1$) podem desenvolver barras devido a processos seculares, como a realimentação de torque e a redistribuição de momento angular. Pequenas assimetrias podem crescer, levando à formação espontânea de uma barra central que redistribui massa e momento angular dentro do disco. Esse comportamento é amplamente observado em simulações de galáxias isoladas, sugerindo que barras podem surgir sem necessidade de interações externas, apenas por instabilidades internas do próprio disco (Toomre, 1964).

3.1.2 Bojo

Os bojos foram modelados a partir do perfil de densidade de Hernquist (1990):

$$\rho_b(r) = \frac{M_b}{2\pi} \frac{r_b}{r(r+r_b)^3}, \quad (3.4)$$

onde M_b é a massa total do bojo, r_b é o raio de escala do perfil, e r representa a distância radial ao centro do sistema (não confundir com \mathbf{r} , utilizado na Seção 3.10). Esse modelo é capaz de reproduzir o aumento de densidade central que são observados nos bojos esferoidais, ao mesmo tempo que converge para massas finitas em grandes distâncias (Springel; Di Matteo; Hernquist, 2005).

¹ Frequência com que uma partícula em uma órbita quase circular em um potencial gravitacional executa oscilações radiais ao redor de sua órbita média.

3.1.3 Halo de Matéria Escura

Os halos de matéria escura podem ser descritos por perfis esféricamente simétricos, como o perfil de Navarro-Frenk-White (NFW) ou o perfil de Hernquist. O perfil NFW é:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{\left(\frac{r}{r_s}\right) \left(1 + \frac{r}{r_s}\right)^2}, \quad (3.5)$$

onde $\rho(r)$ é a densidade de massa do halo em função da distância radial r ao centro da galáxia; ρ_0 é a densidade característica do halo. Esse parâmetro está relacionado à densidade central do halo de matéria escura e depende da massa total do halo e da sua concentração; r_s é o raio de escala. É a distância onde a inclinação da curva de densidade (em escala log-log) muda de comportamento — ou seja, onde a densidade passa a decair mais rapidamente. Define a transição entre a região interna ($\rho \sim 1/r$) e a região externa ($\rho \sim 1/r^3$) do halo.

Springel, Di Matteo e Hernquist (2005) compararam os perfis esféricos NFW e de Hernquist (esfera isotérmica), e concluem que são bastante similares para raios pequenos. Para raios grandes, o perfil cai mais rápido que o NFW, o que permite a construção de halos isolados sem a necessidade de um truncamento *ad-hoc*. Como o perfil de Hernquist é mais simples, pois tem uma função de distribuição analítica (ver Seção 3.4), o que não é o caso para NFW. No caso do perfil de Hernquist, o mesmo já usado para o bojo e adotado neste trabalho também para o halo, a densidade é dada por:

$$\rho_h(r) = \frac{M_h}{2\pi} \frac{r_h}{r(r+r_h)^3}, \quad (3.6)$$

onde M_h é a massa do halo, e r_h é o raio de escala.

A relação entre os parâmetros de escalas radiais do perfil NFW (r_s) e a do perfil de Hernquist (r_h) é dada por:

$$r_h = \sqrt{2[\ln 1 + c - c/(1 + c)]}, \quad (3.7)$$

onde $c=R_{200}/r_s$ é o parâmetro de concentração do halo. Por exemplo, $c = 10$ teremos $r_h \approx 1,73r_s$.

3.1.4 Gás Interestelar

Para modelar o gás frequentemente utiliza-se um perfil exponencial semelhante ao do disco, com a densidade ajustada para incluir os efeitos de pressão térmica e gravitacional. A estrutura vertical é determinada a partir da equação de equilíbrio hidrostático

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho_g \frac{\partial \Phi}{\partial z}, \quad (3.8)$$

onde P é a pressão e ρ_g é a densidade do gás. A pressão é frequentemente descrita por uma equação de estado efetiva que incorpora retornos de supernovas e processos de formação estelar (Springel; Di Matteo; Hernquist, 2005).

3.1.5 Barras

As barras, nas galáxias espirais barradas, frequentemente emergem como resultado de instabilidades dinâmicas no disco galáctico. Simulações de N-corpos têm demonstrado que a formação e a evolução das barras são impulsionadas por uma combinação de redistribuição de momento angular, interações gravitacionais e feedback estrutural interno (Bureau; Athanassoula, 2005).

A formação de uma barra ocorre geralmente quando o disco galáctico se torna instável a perturbações não-axisimétricas. Em galáxias isoladas, essa instabilidade pode ser desencadeada por diversos fatores, como:

1. Um perfil de densidade concentrado no centro do disco.
2. Uma razão da dispersão de velocidades para velocidade de rotação baixa, o que torna o disco dinamicamente frio.
3. Troca de momento angular entre o disco e o halo de matéria escura, que pode amplificar instabilidades em grandes escalas.

Durante a formação, partículas no disco se reorganizam em órbitas alongadas ao longo de uma direção preferencial, criando a estrutura característica da barra. Essa redistribuição é influenciada pelo potencial gravitacional do sistema e pelo transporte de momento angular para fora, geralmente absorvido pelo halo de matéria escura.

Parâmetros como a concentração do halo, o índice de Toomre (Q), Equação (3.3), e a razão de escala radial para a espessura vertical do disco afetam diretamente a força e a extensão das barras. Halos mais concentrados promovem barras mais fortes devido à maior absorção de momento angular em ressonâncias, e valores de Toomre próximos à estabilidade crítica ($Q \sim 1$) facilitam a formação de barras ao permitir que o disco permaneça frio e suscetível a perturbações (Bureau; Athanassoula, 2005).

3.1.6 Condições Iniciais dos Modelos Gerados

Para o presente trabalho, foram gerados dois Modelos diferentes de galáxias, denominados de Modelo 1 e Modelo 2. A Tabela 1 apresenta os parâmetros de entrada utilizados na geração desses Modelos para as simulações de galáxias, ambos construídos com base em diferentes perfis de concentração e distribuição de massa, partindo de um

modelo inicial da Via Láctea e modificando-o, visando explorar a dinâmica de galáxias espirais barradas sob distintas condições iniciais.

Os parâmetros listados incluem a concentração, o raio, a massa e a velocidade característica de cada modelo. Além disso, são detalhados os componentes estruturais da galáxia, como o halo, o disco estelar, o disco de gás e o bojo. Para cada um desses componentes, são especificados o número de partículas, a escala radial e a massa correspondente. A seguir, são descritos os principais parâmetros físicos presentes na tabela:

- **Concentração:** Define a distribuição de massa do halo de matéria escura, sendo calculada a partir da razão entre R_{200} e r_h (ver a seguir).
- R_{200} (**Raio de virial**): É o raio onde a densidade do halo é 200 vezes a densidade crítica do universo. Ele define a extensão do halo de matéria escura.
- M_{200} (**Massa de virial**): É a massa total contida até R_{200} .
- V_{200} (**Velocidade de virial**): É a velocidade circular da curva de rotação do modelo em R_{200} .
- **Número de partículas no halo:** Indica a quantidade de partículas utilizadas para representar a distribuição de massa do halo na simulação.
- r_h (**Escala radial do halo**): Parâmetro associado ao perfil de densidade do halo, determinando como a densidade decai com a distância ao centro da galáxia.
- M_h (**Massa do halo**): Corresponde à massa total do halo na simulação.
- **Número de partículas no disco estelar:** Indica a quantidade de partículas que representam as estrelas no disco galáctico.
- $M_{d,s}$ (**Massa do disco estelar**): Representa a massa total associada à componente estelar do disco.
- $R_{d,s}$ (**Escala radial do disco estelar**): Define a extensão característica do disco estelar, onde a densidade superficial decai exponencialmente.
- $z_{0,s}$ (**Escala vertical do disco estelar**): Representa a altura característica do disco estelar, definindo sua espessura vertical.
- **Número de partículas no disco de gás:** Indica a quantidade de partículas utilizadas para modelar a componente gasosa do disco.
- $M_{d,g}$ (**Massa do disco de gás**): Corresponde à massa total de gás no disco galáctico.
- $R_{d,g}$ (**Escala radial do disco de gás**): Define a extensão característica do disco de gás, onde sua densidade superficial decai exponencialmente.

- $z_{0,g}$ (**Escala vertical do disco de gás**): Representa a altura característica do disco de gás, sendo geralmente menor do que a do disco estelar.
- **Número de partículas no bojo**: Indica a quantidade de partículas utilizadas para representar a estrutura central mais esferoidal da galáxia.
- M_b (**Massa do bojo**): Representa a massa total do bojo galáctico.
- r_b (**Escala radial do bojo**): Define a extensão característica do bojo, normalmente descrito por um perfil de densidade esferoidal.

Tabela 1 – Parâmetros dos modelos.

| | Modelo 1 | Modelo 2 |
|--|----------------------------------|---------------------------------|
| <i>Concentração</i> | 6,7 | 20 |
| R_{200} | 230,2 kpc | 160 kpc |
| M_{200} | $143 \times 10^{10} M_{\odot}$ | $95 \times 10^{10} M_{\odot}$ |
| V_{200} | $163,5 \text{ km s}^{-1}$ | 160 km s^{-1} |
| Número de partículas no halo | 300.000 | 300.000 |
| Comprimento da escala radial do halo (r_h) | 34,2 kpc | 8,0 kpc |
| Massa do halo (M_h) | $126 \times 10^{10} M_{\odot}$ | $90 \times 10^{10} M_{\odot}$ |
| Número de partículas no disco estelar | 360.000 | 200.000 |
| Massa do disco ($M_{d,s}$) | $3,72 \times 10^{10} M_{\odot}$ | $3,9 \times 10^{10} M_{\odot}$ |
| Comprimento da escala radial do disco ($R_{d,s}$) | 2,2 kpc | 1,6 kpc |
| Espessura da escala vertical do disco ($z_{0,s}$) | 0,2 kpc | 0,16 kpc |
| Número de partículas no disco de gás | 150.000 | 200.000 |
| Massa do disco de gás ($M_{d,g}$) | $0,157 \times 10^{10} M_{\odot}$ | $0,19 \times 10^{10} M_{\odot}$ |
| Comprimento da escala radial do disco de gás ($R_{d,g}$) | 4,34 kpc | 6,0 kpc |
| Espessura da escala vertical do disco de gás ($z_{0,g}$) | 0,2 kpc | 0,16 kpc |
| Número de partículas no bojo | 90.000 | 100.000 |
| Massa do bojo (M_b) | $0,007 \times 10^{10} M_{\odot}$ | $1,3 \times 10^{10} M_{\odot}$ |
| Comprimento da escala radial do bojo (r_b) | 0,393 kpc | 0,32 kpc |
| Número total de partículas | 900.000 | 800.000 |

Fonte: O Autor.

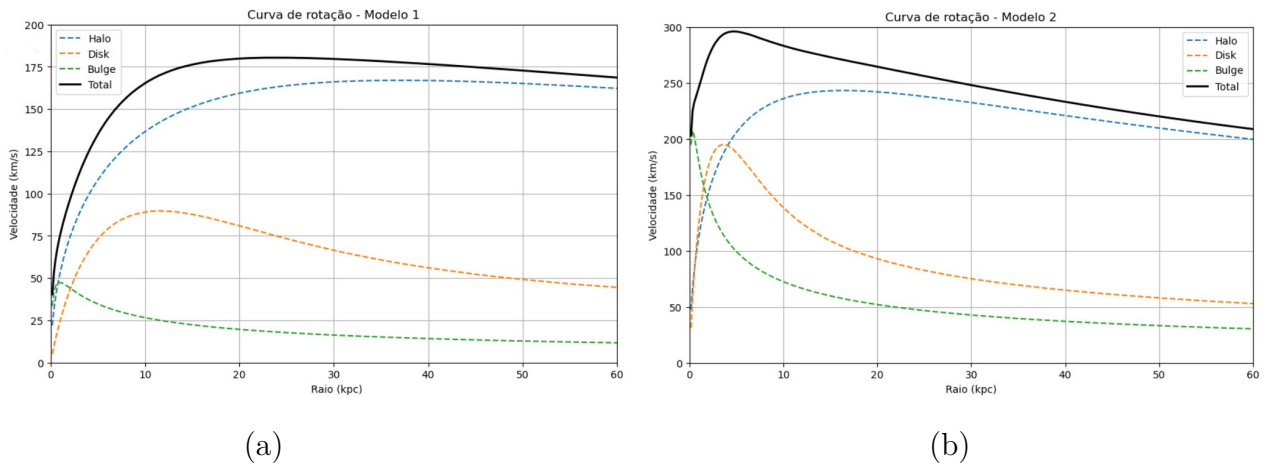
No caso do halo, os modelos apresentam o mesmo número de partículas, porém com diferentes escalas radiais, refletindo perfis distintos de concentração. O disco estelar e o disco de gás possuem variações na massa, escala radial e espessura, permitindo testar a

influência dessas características na evolução dinâmica da galáxia. O bojo também apresenta diferenças entre os modelos, com variações na massa e no comprimento da escala radial.

Os modelos gerados foram analisados no Capítulo 4, onde são discutidos os efeitos das diferentes condições iniciais na evolução das estruturas galácticas, especialmente no que se refere à formação e dinâmica das barras. Essas análises permitem avaliar a confiabilidade dos modelos e sua adequação para o estudo dos padrões de velocidade em galáxias barradas.

A Figura 6 apresenta as curvas iniciais de rotação dos dois modelos de galáxia simulados para o presente trabalho, o Modelo 1 (a) e o Modelo 2 (b). A principal diferença entre os modelos está na amplitude da curva total. O Modelo 2 apresenta uma concentração maior que do Modelo 1, indicando que o modelo possui mais massa na parte central. Além disso, o disco, o gás e o bojo do Modelo 2 também possuem contribuições mais elevadas, influenciando a forma da curva de rotação nas regiões centrais.

Figura 6 – Curvas iniciais de rotação dos dois modelos de galáxia simulados para o presente trabalho. Em (a) o Modelo 1 e em (b) Modelo 2. Em ambos os gráficos, a velocidade de rotação (em km/s) é plotada em função do raio (em kpc), com a contribuição das diferentes componentes: halo (linha azul), disco (linha laranja), bojo (linha verde) e a curva total (linha preta), que representa a soma quadrática dessas contribuições.



Fonte: O autor

3.2 Simulações numéricas

A evolução temporal do modelo gerado foi simulada com o código GADGET-4, uma ferramenta amplamente utilizada para simulações numéricas de N-corpos e hidrodinâmica de partículas suavizadas (*Smoothed Particle Hydrodynamics* - SPH) (Springel et al., 2021). Este código é paralelo e altamente adaptativo, permitindo a modelagem da evolução dinâmica de galáxias, desde a estrutura estelar até a distribuição de gás e matéria escura. Sua flexibilidade permite a simulação de diferentes cenários astrofísicos, tornando-o uma das ferramentas mais avançadas na área.

O GADGET-4 incorpora uma série de algoritmos sofisticados, incluindo métodos híbridos para cálculo da força gravitacional, como TreePM e Fast Multipole Method (FMM) (Springel et al., 2021), que garantem alta precisão em escalas dinâmicas variadas. Para tratar a hidrodinâmica, o código permite o uso de diferentes formulações do SPH, sendo capaz de resolver descontinuidades no gás de forma robusta. Além disso, sua abordagem totalmente Lagrangiana e adaptativa possibilita ajustes refinados de resolução espacial e temporal, garantindo a captura de estruturas finas, como o núcleo galáctico e a formação de subestruturas estelares.

As simulações numéricas desempenham um papel crucial na compreensão da dinâmica galáctica e da formação de estruturas complexas, como barras e braços espirais. Esses modelos combinam técnicas computacionais avançadas com descrições físicas detalhadas, permitindo estudar o comportamento dinâmico de componentes como estrelas, gás e matéria escura em diferentes escalas de tempo.

Para partículas sem colisões, como estrelas e matéria escura, o GADGET-4 emprega métodos de N-corpos, garantindo uma descrição precisa das interações gravitacionais. Já para a componente gasosa, o código utiliza o SPH, permitindo a simulação de processos complexos de fluido, como compressão e dissipação de gás.

As simulações incluem diversos processos físicos fundamentais para a evolução galáctica, tais como:

- *Gravidade*: Principal força responsável pela estruturação da galáxia e evolução dinâmica das suas componentes.
- *Resfriamento radiativo e aquecimento*: Mecanismos essenciais para a formação estelar, influenciando a distribuição do gás e sua condensação em novas estrelas.
- *Retroalimentação energética*: Inclui a ação de supernovas e ventos estelares, processos fundamentais que regulam a formação estelar e afetam a evolução da galáxia.
- *Dissipação de gás*: Essencial para o colapso e formação de discos galácticos.

O primeiro passo para a simulação é a geração dos modelos de galáxias, em que são definidas as condições iniciais do sistema. Esse processo é detalhado na Seção 3.1, onde são apresentados os parâmetros adotados para a construção dos modelos analisados neste estudo.

Devido à complexidade e ao alto custo computacional das simulações numéricas, a execução desses modelos demanda o uso de computadores de alta capacidade, como clusters paralelizados e supercomputadores com grande quantidade de núcleos de processamento e memória RAM. O emprego de tais infraestruturas computacionais possibilita a execução eficiente de simulações de alta resolução, reduzindo significativamente o tempo de processamento e permitindo a análise detalhada da evolução dinâmica das galáxias.

As simulações apresentadas neste trabalho foram executadas no cluster HIPERCUBO, do Laboratório de Computação de Alto Desempenho do IP&D-Univap.²

Neste trabalho utiliza-se duas simulações de galáxias isoladas, chamadas de “Modelo 1” e “Modelo 2”, cujos parâmetros estão na Tabela 1. A evolução desses modelos é feita com o GADGET-4, com formação estelar e feedback, com duração de 3 bilhões de anos (Gyr). A frequência de saída foi de um *snapshot* a cada 10 Myr, totalizando 300 *snapshots* numerados. No Capítulo 4 faz-se referência a certos *snapshots* analisados pelo seu número. Então, por exemplo, ao fazer referência ao *snapshot* de número 145, estamos falando do modelo que foi evoluído por 1,45 Gyr.

3.3 Cálculo do Centro da Galáxia

O cálculo do centro de uma galáxia em estudos de simulações de N-corpos é um passo fundamental para garantir a precisão e a consistência das análises. Ele serve como uma referência essencial para o sistema de coordenadas utilizado, permitindo que propriedades dinâmicas, como velocidades e densidades, sejam analisadas de maneira consistente em relação à estrutura galáctica. Sem um centro bem definido, medições como a velocidade radial pode se tornar imprecisa, dificultando a interpretação dos padrões de movimento.

Além disso, o centro da galáxia é crucial para separar corretamente os diferentes componentes galácticos, como o halo, o disco, o bojo e a barra. Por exemplo, no estudo de barras galácticas, que frequentemente está relacionado a velocidades de padrão, é necessário identificar o centro com precisão para calcular corretamente momentos de inércia ou densidades superficiais no plano galáctico (Athanasoula, 1984). Qualquer desalinhamento nesse processo pode comprometer os resultados.

Outro ponto importante é que o cálculo do centro permite corrigir movimentos globais da galáxia no contexto da simulação. Em muitos casos, as galáxias em simulações de N-corpos apresentam movimentos residuais ou rotações globais que não fazem parte de sua dinâmica interna (Sellwood; Sánchez, 2010). Identificar e corrigir esses movimentos é essencial para focar no estudo dos movimentos internos que realmente descrevem o comportamento dinâmico da galáxia.

Quando se trata de analisar a velocidade de padrão, como os associados a barras ou braços espirais, o centro dinâmico da galáxia é a referência necessária para garantir que essas medições sejam realizadas corretamente. Métodos como o de Tremaine-Weinberg, dependem diretamente de uma determinação precisa do centro, já que as velocidades e fluxos de massa calculados em função do centro são fundamentais para a validade dos

² O cluster HIPERCUBO foi adquirido com recursos de diferentes projetos: FINEP 01.10.0661-00, FAPESP 2011/13250-0, 2013/17247-9 e 2014/10489-0.

resultados.

Por fim, o cálculo do centro também ajuda a minimizar erros em estudos numéricos. Simulações de N-corpos têm incertezas associadas ao método computacional e à modelagem física. Um centro bem determinado reduz erros sistemáticos, especialmente em sistemas dinâmicos complexos. Existem diferentes métodos para encontrar o centro em simulações, como o cálculo do centro de massa, a identificação do ponto de mínimo do potencial gravitacional ou métodos iterativos baseados na densidade. Portanto, calcular o centro de uma galáxia é uma etapa indispensável para garantir a qualidade e a confiabilidade das análises dinâmicas em simulações de N-corpos.

3.4 Momentos da Equação de Boltzmann sem Colisões

A Equação de Boltzmann sem Colisões (*Collisionless Boltzmann Equation*, ou CBE) é uma ferramenta essencial na descrição da dinâmica de sistemas gravitacionais, como galáxias ou aglomerados estelares

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \dot{\mathbf{q}} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{q}} + \dot{\mathbf{p}} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = 0 \quad (3.9)$$

onde $f(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t)$ é função de distribuição no espaço de fases (utilizando variáveis generalizadas \mathbf{q} e \mathbf{p}). $\dot{\mathbf{q}}$ é a derivada temporal da posição generalizada, ou seja, a velocidade (\mathbf{v}). $\dot{\mathbf{p}}$ é a derivada temporal do momento generalizado, que corresponde à força (\mathbf{F}) ou, no caso gravitacional, $-\nabla_{\mathbf{q}}\Phi$, onde, Φ é o potencial.

Essa equação fornece uma representação completa e detalhada do comportamento de um sistema no espaço de fase, que combina as coordenadas de posição e velocidade das partículas que o compõem. No entanto, para análises práticas e interpretações físicas, frequentemente é mais útil trabalhar com os **momentos da equação de Boltzmann**, que resumem as propriedades macroscópicas do sistema em termos de densidade, velocidade média e dispersão de velocidade.

Os três momentos — densidade, velocidade média e dispersão de velocidade — permitem transitar da complexidade da função de distribuição no espaço de fase para uma interpretação física acessível, conectando teoria e observação. Na astrofísica, esses momentos são usados em uma ampla variedade de aplicações, desde a análise de curvas de rotação de galáxias até o estudo de aglomerados de estrelas e galáxias (Bienaymé, 2018). Por exemplo, em simulações numéricas, como aquelas realizadas com códigos como GADGET-4, esses momentos são calculados para verificar a consistência entre os resultados simulados e as observações astronômicas. Além disso, ferramentas como o método de Tremaine-Weinberg (TW) permitem a análise de velocidades de padrão em galáxias espirais barradas, utilizando os momentos da equação de Boltzmann para medir a velocidade do padrão das barras galácticas.

Em resumo, os momentos da equação de Boltzmann simplificam a descrição de sistemas gravitacionais ao resumir suas propriedades em grandezas físicas essenciais. A densidade determina como a matéria está distribuída, a velocidade média descreve movimentos organizados, e a dispersão de velocidade captura os movimentos aleatórios. Juntos, esses momentos permitem uma compreensão profunda da dinâmica e da estrutura de sistemas astrofísicos, conectando o microcosmo das partículas individuais ao macrocosmo das galáxias e aglomerados.

Para todos os momentos é considerado o espaço de fases, em que $\mathbf{r} = (x, y, z)$ e $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$.

3.4.1 Momento 0: Densidade

O primeiro momento da equação de Boltzmann é chamado de momento zero, e está associado à densidade de massa ou número de partículas em uma região específica do espaço. Esse momento é calculado ao integrar a função de distribuição $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ sobre todas as velocidades possíveis, resultando em uma quantidade que descreve como a matéria está distribuída no espaço. A densidade é uma grandeza fundamental, pois define a massa total presente em cada região e é essencial para calcular o potencial gravitacional, que influencia diretamente os movimentos das partículas no sistema. Em sistemas galácticos, como discos ou halos, a densidade fornece uma base para identificar diferentes estruturas e estudar como a massa é distribuída

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d^3v \quad (3.10)$$

Na Equação (3.10), $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ é a função de distribuição, que representa o número de partículas por unidade de volume no espaço de fase, e d^3v representa o elemento de volume no espaço de velocidades.

3.4.2 Momento 1: Velocidade Média

O momento 1 da equação está relacionado à velocidade média, que representa o movimento médio das partículas em uma região específica. Esse momento é obtido ao calcular a média ponderada das velocidades das partículas usando a função de distribuição. A velocidade média é crucial para descrever o movimento organizado de um sistema, como a rotação de uma galáxia. Em galáxias espirais, por exemplo, a velocidade média das estrelas ou do gás ao redor do centro permite a construção de curvas de rotação. Essas curvas não apenas descrevem a dinâmica do disco galáctico, mas também revelam a presença de matéria escura, que influencia a velocidade das estrelas em regiões periféricas onde a matéria luminosa não é suficiente para explicar os movimentos observados

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\rho} \int \mathbf{v} f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d^3v \quad (3.11)$$

Na Equação (3.11), \mathbf{v} representa a velocidade da partícula, e ρ representa a densidade calculada na Equação (3.10), e é utilizada para normalizar a média.

3.4.3 Momento 2: Dispersão de Velocidade

Já o momento 2 se refere à dispersão de velocidade, que mede o grau de aleatoriedade nos movimentos das partículas em torno da velocidade média. Essa dispersão é calculada a partir do espalhamento das velocidades e reflete a “temperatura cinética” do sistema. Em galáxias, a dispersão de velocidade desempenha um papel fundamental para entender a estabilidade dinâmica e a estrutura global do sistema. Em galáxias elípticas, por exemplo, que são sustentadas principalmente pela pressão associada à dispersão de velocidade, essa grandeza ajuda a descrever como as estrelas se movem em órbitas mais caóticas e menos organizadas do que em galáxias espirais. Além disso, a dispersão de velocidade é uma ferramenta indispensável para inferir a distribuição de matéria escura em sistemas gravitacionais, pois está diretamente relacionada ao potencial gravitacional do sistema como um todo

$$\sigma_v^2(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\rho} \int (\mathbf{v} - \mathbf{u})^2 f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d^3v \quad (3.12)$$

Na Equação (3.12), o termo $(\mathbf{v} - \mathbf{u})$ representa a diferença entre a velocidade de uma partícula e a velocidade média, e ao elevarmos essa diferença ao quadrado, obtemos o termo que mede o desvio quadrático da velocidade em relação à média.

3.5 Método Tremaine-Weinberg

O método Tremaine-Weinberg (TW), introduzido por Tremaine e Weinberg (1984), é utilizado para medir a velocidade angular de padrões em galáxias. Este método é particularmente importante porque é capaz de determinar a velocidade do padrão de uma galáxia sem a necessidade de modelos complexos ou suposições específicas sobre a estrutura interna da galáxia.

A importância deste método reside na sua capacidade de medir a velocidade angular dos padrões estruturais em galáxias, tais como barras e braços espirais, que desempenham papéis críticos na evolução dinâmica de um sistema estelar. Essas estruturas influenciam a redistribuição de massa, a formação estelar e a evolução geral da galáxia. Por exemplo, as barras galácticas são capazes de canalizar e transportar gás para o núcleo, desencadeando surtos de formação estelar, o que afeta a morfologia da galáxia.

Nas galáxias observadas, a aplicação do método TW enfrenta alguns desafios práticos, como a necessidade de dados de alta resolução espectral e espacial para capturar precisamente a densidade superficial de luminosidade e as velocidades ao longo da linha de visada. A inclinação da galáxia também é um fator que deve ser cuidadosamente considerado, pois pode afetar a projeção das velocidades observadas. Além disso, a separação das componentes de disco, bojo e barra pode ser complexa, especialmente em galáxias com alta inclinação, onde as projeções da linha de visada podem complicar a interpretação dos dados.

Nas simulações de sistemas de N-corpos, o método TW pode ser aplicado com maior controle sobre os parâmetros iniciais e as condições físicas consideradas. As simulações permitem explorar a evolução das estruturas de padrões ao longo do tempo, oferecendo uma visão muito mais detalhada dos processos dinâmicos que as moldam. Além disso, através das simulações, é possível separar e analisar individualmente as diferentes componentes, como as estrelas, o gás, o disco e o bojo, o que facilita a compreensão das interações. No entanto, é importante considerar as limitações intrínsecas das simulações, como a resolução numérica e as simplificações nos modelos físicos, que podem influenciar a precisão e a generalização dos resultados.

3.5.1 Cálculo do método Tremaine-Weinberg

O método baseia-se na conservação do fluxo luminoso de um padrão em movimento, combinando a densidade superficial de luminosidade e a velocidade radial ao longo da linha de visada para extrair a velocidade angular do padrão. A abordagem é baseada em três princípios:

- (i) A galáxia possui um disco plano, ou seja, sem deformações, pelo menos até uma distância onde a intensidade do traçador caia quase a zero;
- (ii) A velocidade angular da barra (Ω_p) é bem definida;
- (iii) O perfil de brilho do traçador deve obedecer à equação de continuidade ao longo de várias órbitas, o que significa que o material constituinte do traçador não deve ser criado ou destruído em quantidades significativas.

Inicialmente, assume-se que o disco da galáxia é plano e de espessura nula. As coordenadas cartesianas no plano do disco são denotadas por (x, y) , enquanto no plano do céu utiliza-se (X, Y) . O ponto (x, y) no disco é projetado como $(X, Y) = (x, y \cos i)$ no céu, onde i representa a inclinação do disco. Para simplificação, considere que $i = 0^\circ$ para uma galáxia espiral vista de frente (*face-on*), e $i = 90^\circ$ para uma galáxia espiral vista de perfil (*edge-on*).

O traçador pode ser escolhido conforme as características da galáxia a ser analisada. Trabalhos anteriores mostraram ser possível realizar as análises utilizando emissão a 21 cm no espectro de rádio para o hidrogênio neutro (HI) (e.g. Bureau et al., 1999), luz infravermelha para as estrelas (e.g. Merrifield; Kuijken; Debattista; Gerssen; Kuijken; Merrifield, 1995, 1998, 1999), e emissões de CO ($^{12}\text{CO}(1-0)$) para o gás molecular (H_2) (e.g. Zimmer; Rand; McGraw, 2004).

O brilho superficial do traçador é representado por $\Sigma(x, y, t)$ e depende apenas da coordenada radial r e do ângulo $\phi - \Omega_p t$, onde r e ϕ são coordenadas polares no plano do disco

$$\Sigma(x, y, t) = \tilde{\Sigma}(r, \phi - \Omega_p t). \quad (3.13)$$

Essa relação implica que o brilho superficial é constante em um quadro que rotaciona com a velocidade angular Ω_p .

Para o traçador utilizado, assume-se que a equação de continuidade é válida, ou seja, o traçador não é criado nem destruído durante a observação. Para galáxias do tipo SB0, esta é uma boa aproximação, pois o traçador pode consistir em estrelas velhas (e.g. Merrifield; Kuijken; Debattista; Gerssen; Kuijken; Merrifield, 1995, 1998, 1999). No caso de galáxias espirais, a continuidade é menos confiável, especialmente se o traçador for HI, devido à possível conversão para hidrogênio molecular ou formação de estrelas (Zimmer; Rand; McGraw, 2004).

Se a equação de continuidade for válida, tem-se

$$\frac{\partial \Sigma(x, y, t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [\Sigma(x, y, t)v_x(x, y, t)] + \frac{\partial}{\partial y} [\Sigma(x, y, t)v_y(x, y, t)] = 0, \quad (3.14)$$

onde (v_x, v_y) é a velocidade média do traçador no ponto (x, y, t) em relação ao referencial do disco. Utilizando a equação (3.13):

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = -\Omega_p \frac{\partial \tilde{\Sigma}}{\partial \phi} = \Omega_p \left(y \frac{\partial \Sigma}{\partial x} - x \frac{\partial \Sigma}{\partial y} \right). \quad (3.15)$$

Substituindo este resultado na equação (3.14) e integrando em x

$$\Omega_p y \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \Sigma}{\partial x} dx - \Omega_p \int_{-\infty}^{\infty} x \frac{\partial \Sigma}{\partial y} dx + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial(\Sigma v_x)}{\partial x} dx + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial(\Sigma v_y)}{\partial y} dx = 0. \quad (3.16)$$

Tremaine e Weinberg mostram que o primeiro e o terceiro termo da equação (3.16) podem ser desconsiderados, pois $\Sigma(x, y, t) \rightarrow 0$ quando $|x| \rightarrow \infty$. Integrando em relação a x para $+\infty$

$$\Omega_p \int_{-\infty}^{\infty} \Sigma(x, y, t)x dx = \int_{-\infty}^{\infty} \Sigma(x, y, t)v_y(x, y, t)dx, \quad (3.17)$$

onde a constante de integração é nula, pois $\Sigma(x, y, t) \rightarrow 0$ quando $|y| \rightarrow \infty$.

Agora, é possível observar a dependência explícita de Σ e v no tempo, e expressar a equação (3.17) em termos das coordenadas do plano do céu $(X, Y) = (x, y \cos i)$ e da velocidade radial $V_{LOS} = v_y \sin i$

$$\Omega_p \sin i \int_{-\infty}^{\infty} \Sigma(X, Y) X dX = \int_{-\infty}^{\infty} \Sigma(X, Y) V_{LOS}(X, Y) dX. \quad (3.18)$$

Ao multiplicar ambos os lados por uma função arbitrária de peso $h(Y)$ e integrar em relação a Y , obtém-se

$$\Omega_p \sin i = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} h(Y) dY \int_{-\infty}^{\infty} \Sigma(X, Y) V_{LOS}(X, Y) dX}{\int_{-\infty}^{\infty} h(Y) dY \int_{-\infty}^{\infty} X \Sigma(X, Y) dX}. \quad (3.19)$$

A equação (3.19) determina o valor de Ω_p em termos de quantidades observáveis, como a inclinação, a distribuição de brilho superficial e o campo de velocidade.

No método TW, o numerador mede o fluxo de massa superficial através de cada fenda espectral. O denominador indica onde a maior parte do traçador está cruzando a fenda, em relação ao eixo menor da galáxia (alinhado com a direção Y), o que está relacionado ao gradiente tangencial da densidade superficial. Para um padrão movendo-se com velocidade angular constante, essa razão deve ser constante.

3.5.2 Variações do método TW

A partir do método TW, desenvolveram-se outras maneiras de medir as velocidades de padrão das barras. De acordo com a Equação (3.19), Ω_p pode ser medido a partir da medição de uma única fenda espectral. Essa variação propõe a média entre diferentes medições, ou seja, com a utilização de mais de uma fenda (Kent, 1987; Bureau et al., 1999). Este método pode ser referido como o *método TW-média*.

Merrifield e Kuijken (1995) também propuseram um refinamento do método para as galáxias observáveis. Os autores reescreveram a equação (3.19) normalizando os termos do numerador e do denominador

$$\Omega_p \sin i = \frac{\langle V \rangle - V_{sys}}{\langle X \rangle - X_c}, \quad (3.20)$$

onde $\langle V \rangle$ e $\langle X \rangle$ são as médias ponderadas pela intensidade da velocidade na linha de visada e da posição do traçador, respectivamente. V_{sys} e X_c são, respectivamente, a velocidade sistemática da galáxia e a coordenada X do seu centro. Na equação original de TW, isto representa

$$\langle V \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} h(Y) dY \int_{-\infty}^{\infty} V_{LOS}(X, Y) \Sigma(X, Y) dX}{\int_{-\infty}^{\infty} h(Y) dY \int_{-\infty}^{\infty} \Sigma(X, Y) dX} \quad (3.21)$$

$$\langle X \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} h(Y) dY \int_{-\infty}^{\infty} X \Sigma(X, Y) dX}{\int_{-\infty}^{\infty} h(Y) dY \int_{-\infty}^{\infty} \Sigma(X, Y) dX}, \quad (3.22)$$

Uma variação de TW, para medir o valor de Ω_p , é através da utilização do cálculo da inclinação de $\langle V \rangle$ em função de $\langle X \rangle$, como sugerido pela equação (3.20). No entanto, a normalização desenvolvida por Merrifield & Kuijken tende a colapsar os espectros para medir os valores de $\langle V \rangle$ e $\langle X \rangle$. Nesse método, esses termos podem ser igualmente derivados a partir de medições de $\Sigma(X, Y)$ e de V_{LOS} em cada posição ao longo das fendas espectrais, seguindo as equações (3.21) e (3.22). Este método pode ser referido como *método TW-ajuste*.

3.6 Aplicação do método em simulações de N-corpos de galáxias barradas isoladas

O método TW foi concebido para extrair o valor de Ω_p a partir de dados observacionais, que devem incluir imagem e espectros de fenda longa ou cubos de dados de espectroscopia de campo integral (unidade de campo integral (*Integral Field Unit* - IFU), mapeamento em rádio, etc). Foi decidido analisar o método TW utilizando modelos de galáxias em simulações de N-corpos como mesa de teste, pois, nessa situação, conhecemos previamente o valor real de Ω_p , bem como todas as variáveis envolvidas. Para isso, o método foi implementado em linguagem PYTHON, utilizando a equação (3.20), com o objetivo de testar tanto o método original quanto as três variações apresentadas na Seção 3.5.2.

O código foi estruturado com diferentes funções que desempenham papéis específicos:

- (i) **Centro da galáxia:** Essa função é responsável pela determinação precisa do centro da galáxia é fundamental para a análise das propriedades dinâmicas e estruturais da simulação. Em vez de utilizar o centro de massa (CM), que pode ser afetado por assimetrias na distribuição de partículas, o centro da galáxia é definido como o ponto de mínimo potencial gravitacional. O cálculo é realizado iterativamente para garantir maior precisão, permitindo que os cálculos subseqüentes sejam feitos em um referencial no qual a galáxia esteja corretamente centrada. Esse procedimento é essencial para evitar distorções na análise de velocidades, densidade superficial e outros parâmetros estruturais.
- (ii) **Cálculo dos momentos:** Essa função foi inferida sobre a CBE, e é projetada para calcular os momentos de distribuição de partículas em uma simulação, especificamente a densidade superficial, as velocidades médias e a dispersão de velocidades. Isso é feito ao dividir o plano XY em uma grade bidimensional e calcular estatísticas relevantes dentro de cada célula dessa grade. Essas estatísticas são calculadas a

partir das partículas simuladas, levando em consideração suas posições, velocidades e massas.

- (iii) **Tremaine-Weinberg:** Essa é a função central para a aplicação do método TW. Ela calcula as integrais de Tremaine-Weinberg, $\langle X \rangle$ e $\langle V \rangle$. A primeira ($\langle X \rangle$) é a integral do produto da densidade superficial Σ ao longo de uma linha que representa uma fenda espectral, pela coordenada X . A segunda ($\langle V \rangle$) é a integral do produto da densidade superficial Σ pela componente y do vetor velocidade (V_y) ao longo da mesma linha. A razão entre essas integrais fornece, em princípio, uma medida da velocidade do padrão da barra Ω_p para cada fenda analisada.
- (iv) **Velocidade de Padrão da barra:** Essa função coordena o processo completo, carregando os dados da simulação e aplicando todas as funções anteriores para obter a velocidade angular da barra (Ω_p).

Após a aplicação das integrais do método TW para calcular a velocidade padrão (Ω_p), é essencial realizar a visualização e a interpretação dos resultados, pois elas permitem compreender a dinâmica dos padrões de movimento na galáxia simulada, como a rotação de uma barra.

A visualização dos resultados foi feita por meio de gráficos que oferecem uma análise detalhada dos componentes calculados e da própria velocidade de padrão. Os gráficos gerados no programa podem ser visualizados no capítulo 4.

4 Resultados

4.1 Modelo 1

Para o primeiro modelo testado pelo método *Tremaine-Weinberg* através da implementação em PYTHON, foi utilizada a abordagem *TW-ajuste* e *TW-média*. Os parâmetros adotados para a geração do modelo foram detalhados na Seção 3.1, na Tabela 1, e os snapshots utilizados foram os 145 e o 300, que correspondem a tempos de evolução dos modelos de 1,45 e 3 Gyr, respectivamente.

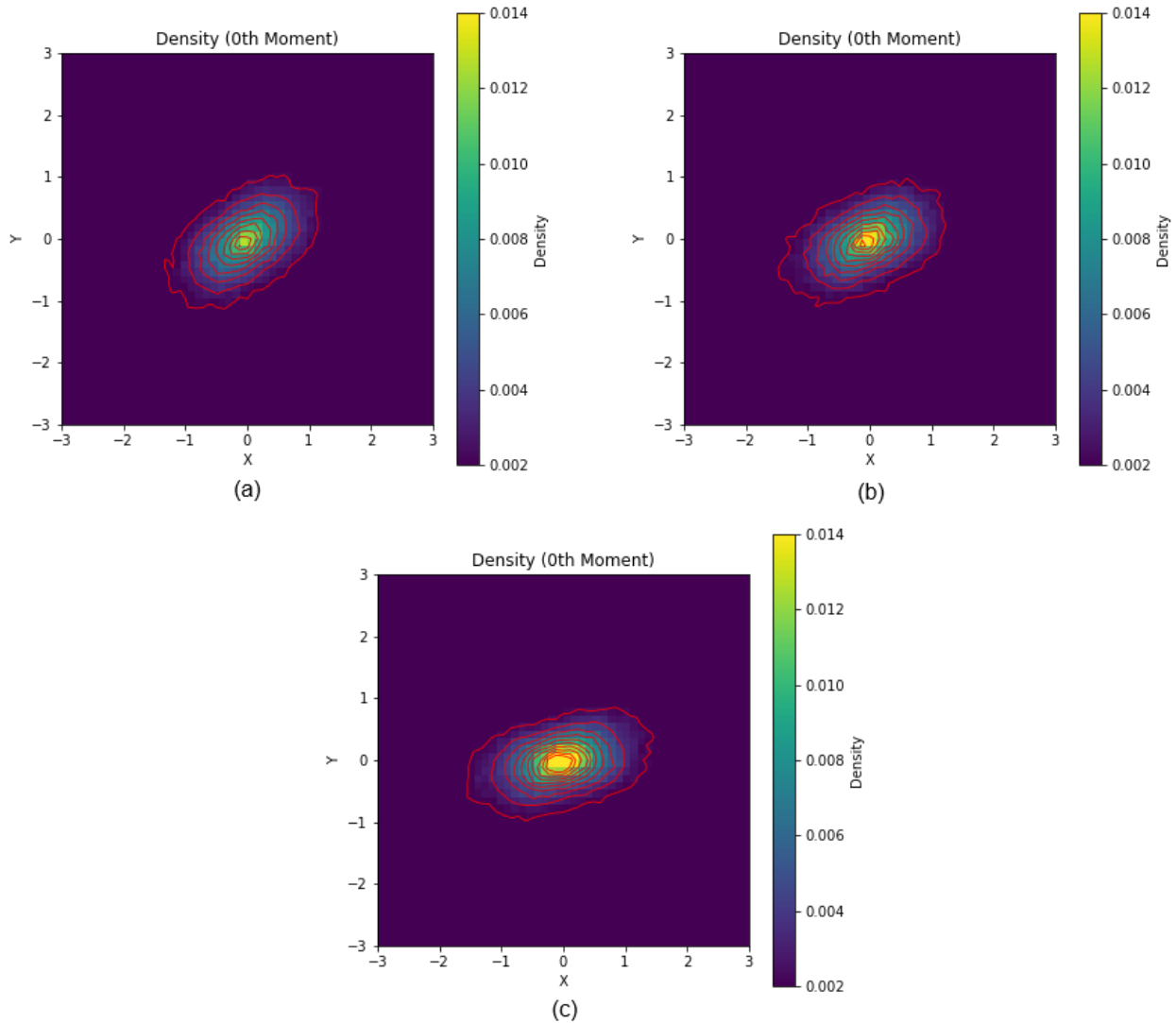
O traçador utilizado para realizar a análise da velocidade do padrão foram as estrelas do disco original do modelo; não foram usadas as estrelas formadas durante a sua evolução. A escolha equivale, em uma galáxia real, a usarmos como traçador, suas estrelas velhas, cuja população não varia com o tempo respeitando a equação da continuidade, requisito para o bom funcionamento do método. Uma possibilidade para trabalhos futuros é incluir as estrelas jovens, formadas durante a evolução do modelo, para testarmos os efeitos da não-continuidade na validação do método. Nas imagens (a), (b) e (c) da Figura 7, são apresentados mapas do momento 0 do CBE (explicado na Seção 3.4) das partículas do snapshot 145, para 3 inclinações diferentes do modelo: 20°, 40° e 60°, a fim de analisar a distribuição de massa no plano galáctico.

Observa-se que há uma concentração central de alta densidade localizada aproximadamente em $X = 0$ e $Y = 0$, sugerindo a presença de uma estrutura densa. Ao redor desta região central, a densidade superficial decai gradualmente, com áreas de baixa densidade se espalhando em direções variadas, sugerindo a presença de estruturas como braços espirais. A análise desses padrões de densidade pode fornecer informações sobre a morfologia galáctica, a distribuição de massa e a dinâmica das estrelas ou do gás na galáxia estudada. Comparando este mapa com o mapa do momento 1, a distribuição de velocidades apresentado na Figura 9, é possível inferir a relação entre a distribuição de massa e o movimento das partículas na galáxia, oferecendo uma visão mais completa da sua estrutura interna e dos processos dinâmicos em curso.

Também foi realizada a análise do momento 0 no último snapshot gerado na simulação, o snapshot 300, representado nas imagens (a), (b), (c) e (d) da Figura 8, agora para as inclinações de 20°, 40°, 60° e 80°, a fim de analisar diferenças ocorridas na densidade com o passar o tempo.

No snapshot 145, a galáxia mostra uma estrutura mais difusa. A barra galáctica é menos evidente. Essa configuração sugere que a galáxia ainda está em um estágio de organização dinâmica, com uma estrutura barrada ainda em formação. Já no snapshot

Figura 7 – Momento 0 da equação de Boltzmann sem colisões para uma galáxia espiral barrada no Modelo 1, tempo de 1,45 Gyr. As imagens representam a densidade superficial projetada para diferentes inclinações do plano galáctico: (a) 20° , (b) 40° e (c) 60° .

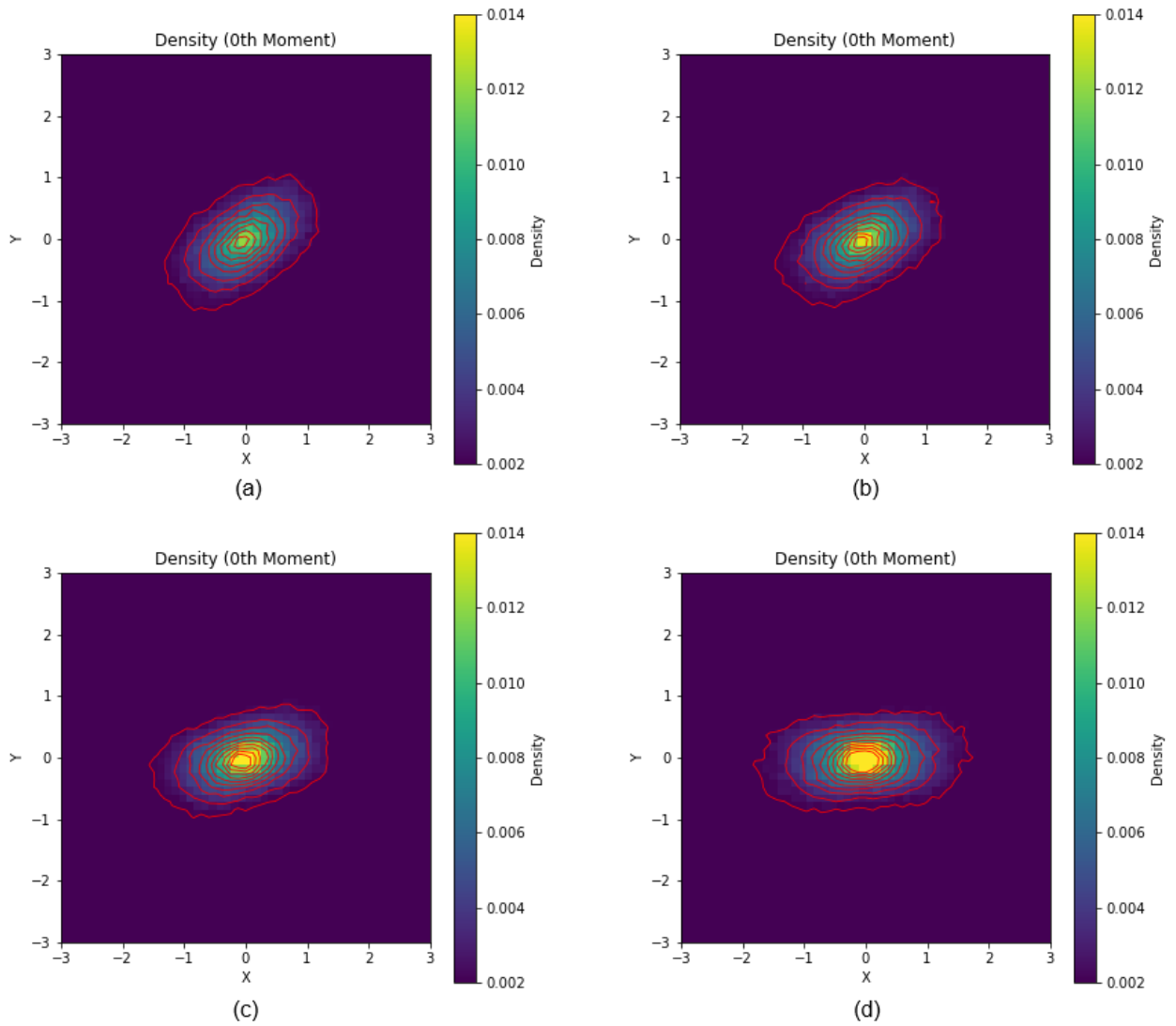


Fonte: O Autor.

300, a galáxia evolui para uma estrutura mais bem definida e dinâmica. A barra galáctica se torna mais pronunciada, apresentando uma concentração de densidade muito maior ao longo de seu eixo maior. O núcleo aparece mais compacto e denso, com um gradiente acentuado de densidade entre as regiões internas (em amarelo) e externas (em roxo). Isso indica que, com o tempo, a barra galáctica se tornou mais dominante e gravitacionalmente coesa, com redistribuição de massa em direção ao núcleo e à barra.

Outra diferença importante é a extensão do disco e do bojo. No snapshot 145, as regiões externas da galáxia (em baixa densidade superficial) são menos pronunciadas, enquanto no snapshot 300 essas regiões se expandem, mostrando uma maior estabilização dinâmica e crescimento do disco. Esse comportamento é consistente com o transporte de

Figura 8 – Momento 0 da equação de Boltzmann sem colisões para uma galáxia espiral barrada no Modelo 1 e tempo de 3 Gyr. As imagens representam a superfície de densidade projetada para diferentes inclinações do plano galáctico: (a) 20° , (b) 40° , (c) 60° e (d) 80° .



Fonte: O Autor

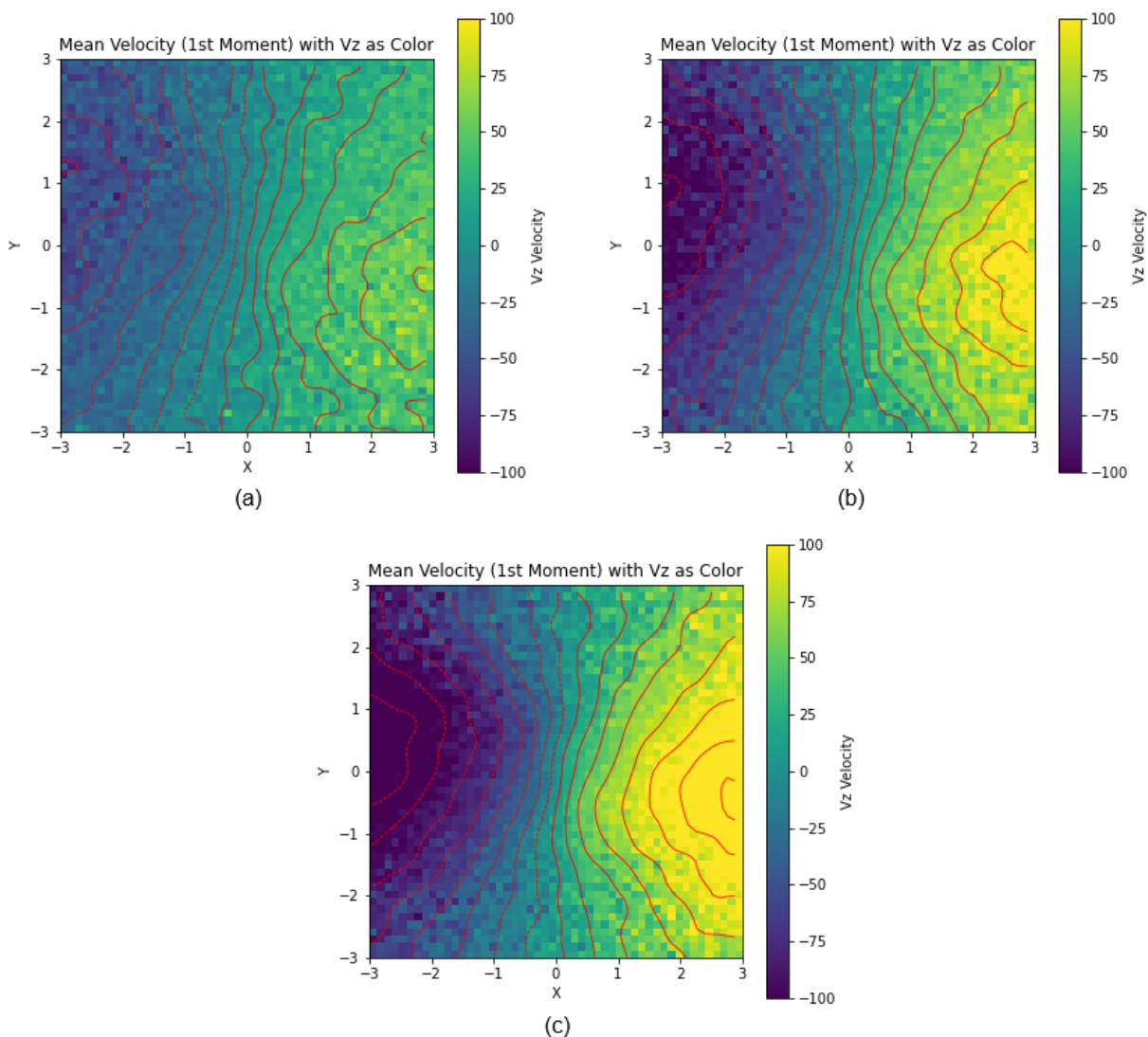
momento angular, que redistribui massa do núcleo para as regiões externas com o passar do tempo.

As imagens representadas na Figura 9 foram geradas com o objetivo de analisar o campo de velocidades médias das partículas do traçador, no caso, as estrelas do disco. Esse tipo de visualização é essencial para entender a dinâmica interna da galáxia, fornecendo informações detalhadas sobre o movimento das partículas ao longo da linha de visada.

O momento 1 reflete as médias da componente Z das velocidades das partículas em cada região da galáxia, possibilitando mapear como as diferentes partes do disco e da barra

estão se movendo. Em galáxias espirais barradas, esse campo de velocidades geralmente exibe padrões característicos, como gradientes que refletem a rotação diferencial. As regiões próximas ao núcleo da galáxia, onde a influência gravitacional é mais forte, costumam apresentar gradientes de velocidade maiores, enquanto as regiões mais externas giram mais lentamente.

Figura 9 – Momento 1 da equação de Boltzmann sem colisões para uma galáxia espiral barrada no Modelo 1 e tempo de 1,45 Gyr da simulação. As imagens representam o campo de velocidades médias projetadas ao longo da linha de visada para diferentes inclinações do plano galáctico: (a) 20° , (b) 40° e (c) 60° . Os contornos evidenciam as perturbações nos campos de velocidade.



Fonte: O Autor

Além disso, a barra galáctica tem um papel importante na perturbação do campo de velocidades do disco. Essa estrutura pode gerar movimentos não circulares, desviando

as partículas do movimento esperado apenas pela rotação do disco. Essas perturbações são evidenciadas nos mapas do momento 1 através dos contornos em vermelho, que ajudam a identificar como a barra afeta o movimento de massa dentro da galáxia. Isso é crucial para entender a dinâmica de formação e evolução da barra. É justamente na identificação dessas distorções que o método TW se baseia.

Outro ponto fundamental é o estudo dos efeitos da inclinação na projeção do campo de velocidades. As imagens (a), (b), e (c) da Figura 8, apresentadas com inclinações de 20° , 40° e 60° , respectivamente, simulam como a galáxia seria observada de diferentes ângulos. Com baixas inclinações (próximas de 20°), o gradiente de velocidades tende a ser mais simétrico, enquanto inclinações maiores (como 60°) destacam distorções causadas pela visão mais lateral da galáxia.

Foi realizada a análise do momento 1 no último snapshot da simulação, o 300, representado na Figura 10, a fim de analisar diferenças ocorridas no campo de velocidades com o passar o tempo.

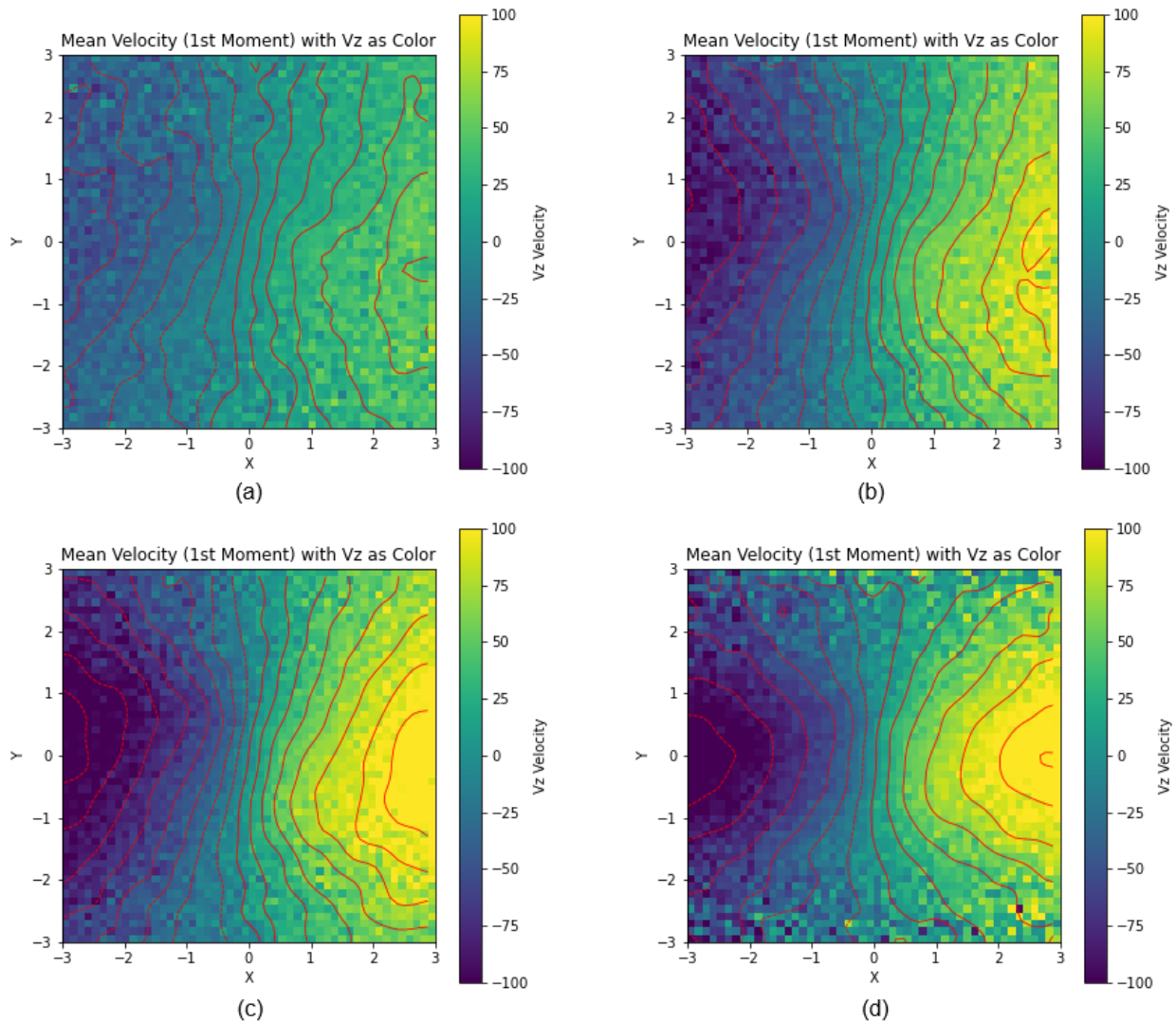
No snapshot 145, a galáxia apresenta um campo de velocidades menos estruturado, com gradientes de velocidade mais suaves. Isso é evidenciado por uma transição gradual entre as regiões de velocidades mais baixas e mais altas. Esse padrão sugere que, nesse estágio inicial da simulação, a barra galáctica ainda não exerce uma influência gravitacional significativa para gerar movimentos não circulares expressivos ou deformações marcantes no campo de velocidades. As velocidades parecem refletir, predominantemente, o movimento de rotação diferencial do disco.

No snapshot 300, observam-se mudanças significativas no campo de velocidades. O gradiente de velocidade torna-se mais acentuado, com transições mais rápidas entre regiões de velocidades altas e baixas. Esse comportamento indica que a barra galáctica se tornou mais proeminente e dinâmica ao longo do tempo, exercendo uma influência gravitacional mais forte sobre as partículas.

Em resumo, o snapshot 145 representa uma galáxia em um estágio inicial de evolução, com um campo de velocidades dominado pela rotação diferencial do disco e com pouca influência gravitacional da barra. Por outro lado, o snapshot 300 evidencia uma galáxia mais evoluída, onde a barra se tornou mais dominante, induzindo movimentos não circulares mais expressivos e gerando um campo de velocidades mais complexo e estruturado. Essas mudanças são consistentes com a evolução dinâmica esperada em galáxias espirais barradas ao longo do tempo.

As imagens (a),(b) e (c) da Figura 11 foram geradas com o objetivo de analisar a dispersão de velocidades das partículas que compõem a galáxia simulada, nesse caso, as partículas das estrelas do disco galáctico. A dispersão de velocidades é uma medida da variabilidade dos movimentos das partículas em relação à velocidade média local e fornece

Figura 10 – Momento 1 da equação de Boltzmann sem colisões para uma galáxia espiral barrada no Modelo 1 e tempo de 3 Gyr da simulação. As imagens representam o campo de velocidades médias projetadas ao longo da linha de visada para diferentes inclinações do plano galáctico: (a) 20° , (b) 40° , (c) 60° , (d) 80° . Os contornos em vermelho evidenciam as perturbações nos campos de velocidade.

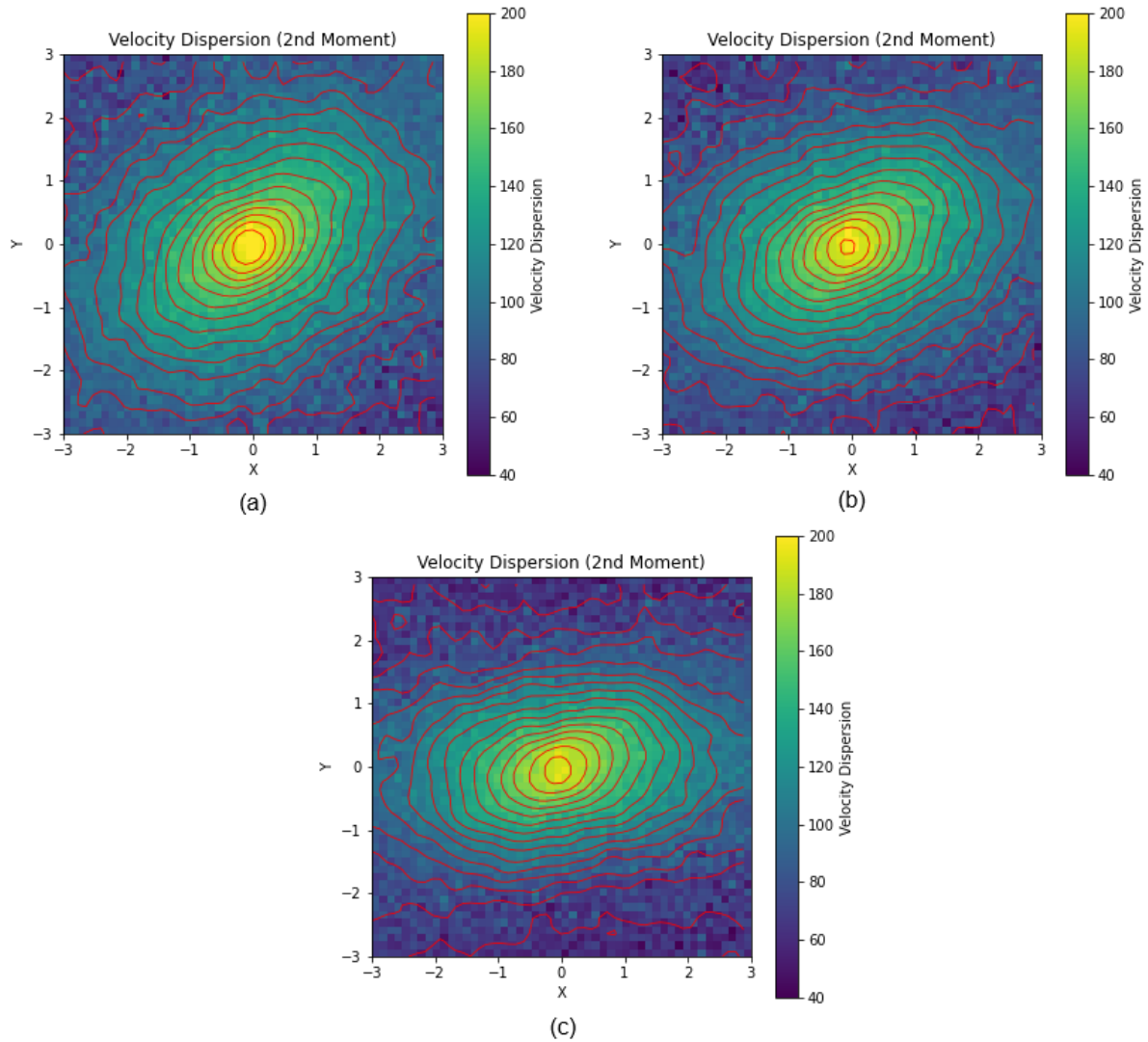


Fonte: O Autor

informações sobre a dinâmica interna da galáxia e sua distribuição de massa.

Nas regiões centrais da galáxia, como o núcleo, a dispersão de velocidades é tipicamente mais alta. Isso ocorre porque a gravidade mais intensa no núcleo gera movimentos mais desordenados. Por outro lado, nas regiões externas do disco, a dispersão de velocidades é geralmente menor, refletindo um movimento mais ordenado, dominado pela rotação diferencial do disco galáctico. Esse contraste entre o núcleo e o disco permite identificar como a dinâmica da galáxia varia em função da distância ao centro.

Figura 11 – Momento 2 da equação de Boltzmann sem colisões para uma galáxia espiral barrada no Modelo 1 e tempo de 1,45 Gyr de uma simulação. As imagens mostram o mapa de dispersão de velocidades das partículas projetadas ao longo da linha de visada para diferentes inclinações do plano galáctico: (a) 20° , (b) 40° e (c) 60° .



Fonte: O Autor

A barra galáctica também desempenha um papel importante na dispersão de velocidades. Ela pode induzir movimentos não circulares em certas regiões, aumentando a dispersão localmente. O momento 2 da CBE ajuda a identificar essas perturbações causadas pela barra e a entender como ela interage com o disco.

Além disso, as imagens geradas para diferentes inclinações da galáxia (20° , 40° , 60°) permitem estudar como a dispersão de velocidades se manifesta sob diferentes ângulos na linha de visada. Isso é importante para conectar os resultados das simulações às observações de galáxias reais, que são vistas de perspectivas variadas no céu. As projeções

inclinadas ajudam a avaliar como as propriedades dinâmicas da galáxia, como a dispersão de velocidades, seriam interpretadas nas observações.

Outro aspecto importante é a relação entre a dispersão de velocidades e a distribuição de massa gravitacional. Regiões de alta densidade, como o núcleo, estão geralmente associadas a uma dispersão mais alta, enquanto regiões menos densas, como o disco externo, apresentam dispersão mais baixa. Assim, o momento 2 também é uma ferramenta para inferir a estrutura interna da galáxia e seus gradientes de massa.

Essas imagens são particularmente úteis para comparar os resultados de simulações com dados de galáxias reais, obtidos por meio de espectroscopia IFU ou de fenda longa. A validação das simulações com observações permite ajustar os modelos teóricos e melhorar a compreensão dos processos dinâmicos que moldam as galáxias.

Foi realizada a análise do momento 2 no último snapshot da simulação, o 300, representado na Figura 12 para ângulos de inclinação de 20° , 40° , 60° e 80° , a fim de analisar diferenças ocorridas na dispersão de velocidades com o passar o tempo.

No snapshot 145, a dispersão de velocidades é menor nas regiões externas e aumenta gradativamente em direção ao núcleo, onde a influência gravitacional é maior. A transição entre as áreas de baixa dispersão (roxo) e alta dispersão (amarelo) ocorre de forma suave, indicando que o sistema ainda não alcançou um estado dinâmico plenamente desenvolvido. Nesse estágio inicial, a galáxia apresenta uma configuração onde a barra galáctica e o disco externo interagem de maneira menos intensa, resultando em menores níveis de desordem no movimento das partículas.

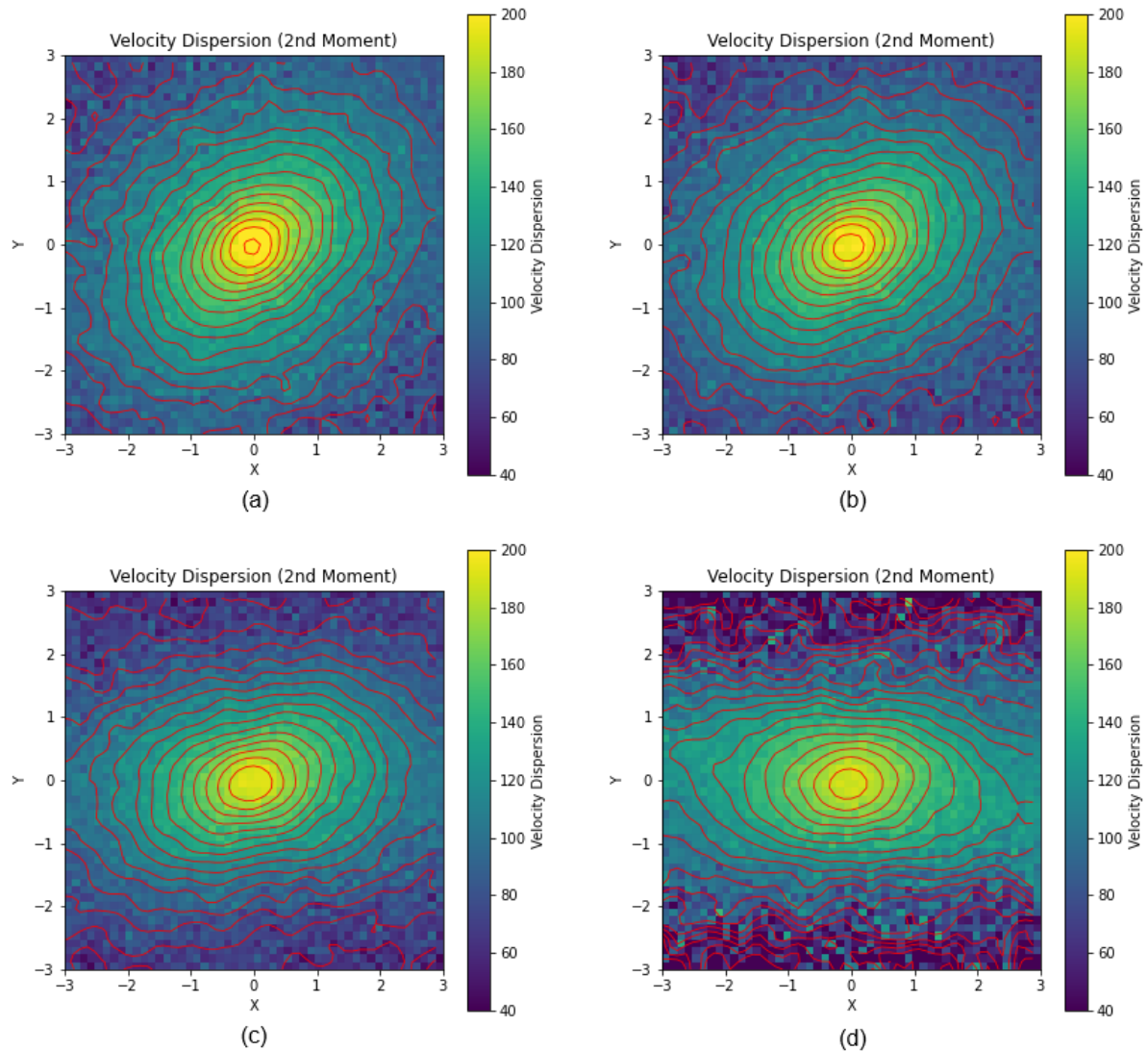
Por outro lado, no snapshot 300, observa-se uma dispersão de velocidades significativamente maior, especialmente no núcleo e ao longo da barra galáctica. A área de maior dispersão é mais pronunciada, sugerindo que a barra se tornou mais dominante dinamicamente, exercendo uma influência gravitacional mais forte. Essa maior dispersão reflete o aumento dos movimentos não circulares induzidos pela barra e, possivelmente, interações mais intensas entre as partículas na região central.

Além disso, a transição entre as regiões de baixa e alta dispersão no snapshot 300 é mais abrupta, indicando que a galáxia evoluiu para uma configuração mais estruturada e complexa, onde o núcleo e a barra desempenham papéis dinâmicos mais ativos. Nas regiões externas, no entanto, a dispersão permanece relativamente baixa, o que é consistente com a rotação ordenada do disco, longe da influência gravitacional mais caótica do núcleo.

Comparando as inclinações (20° , 40° , 60°) nos dois snapshots, as diferenças na dispersão de velocidades são mais evidentes no snapshot 300, onde o impacto da barra e do núcleo na cinemática do sistema é mais acentuado. No snapshot 145, as projeções mostram uma galáxia menos perturbada, com uma distribuição de dispersão mais uniforme.

A Figura 13 (a), (b) e (c) apresenta um gráfico de dispersão que mostra a relação

Figura 12 – Momento 2 da equação de Boltzmann sem colisões para uma galáxia espiral barrada no Modelo 1 e tempo de 3 Gyr de uma simulação. As imagens mostram o mapa de dispersão de velocidades das partículas projetadas ao longo da linha de visada para diferentes inclinações do plano galáctico: (a) 20° , (b) 40° , (c) 60° e (d) 80° .

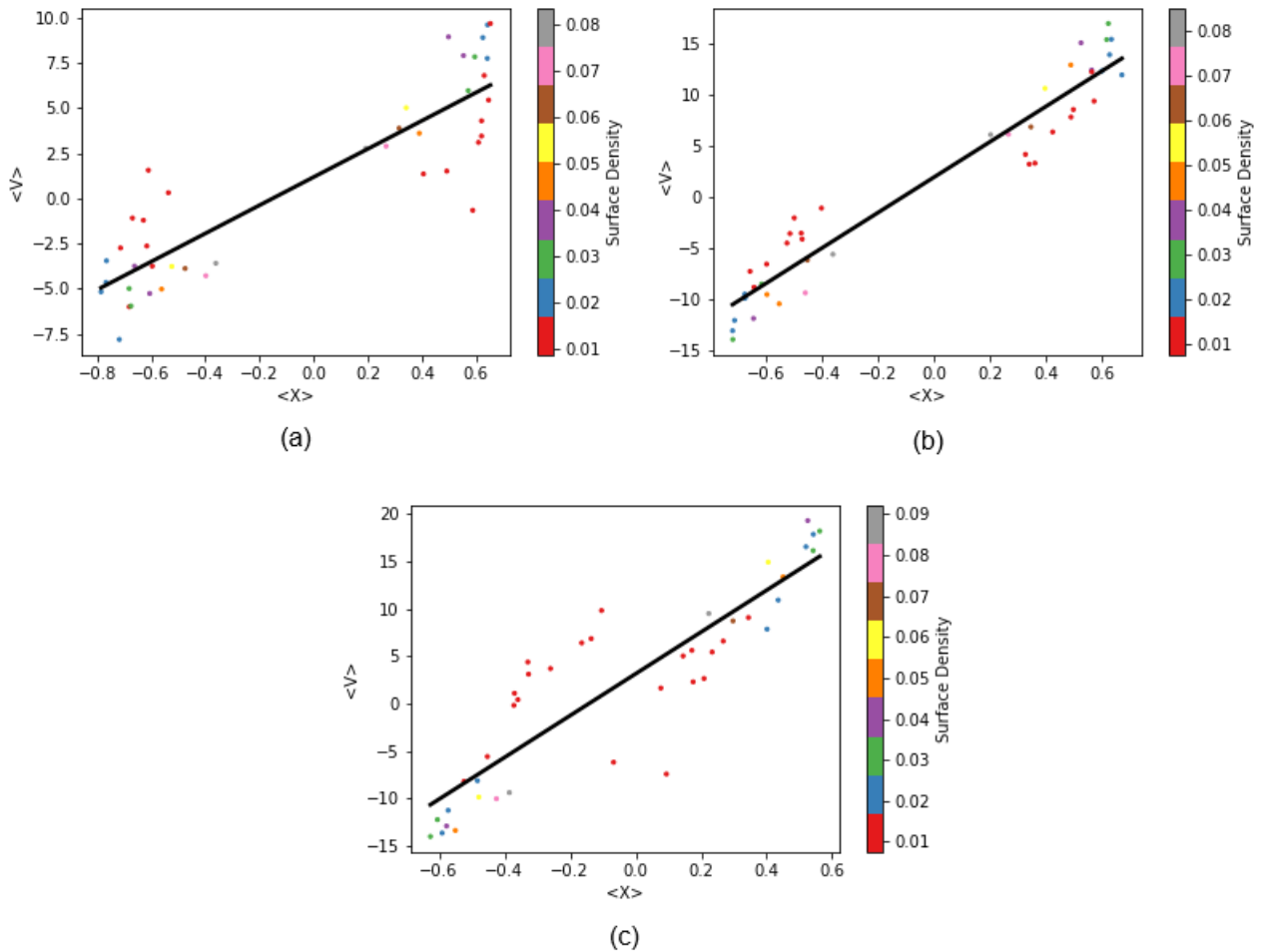


Fonte: O Autor

entre as quantidades integradas $\langle X \rangle$ e $\langle V \rangle$, obtidas a partir do método de Tremaine-Weinberg. O eixo X representa a integral de superfície ponderada pela posição ($\langle X \rangle$), enquanto o eixo Y exibe a integral de superfície ponderada pela velocidade ($\langle V \rangle$). Cada ponto no gráfico corresponde a uma fenda, com as cores indicando a densidade superficial das partículas associadas a essa abertura, conforme mostrado na barra de cores à direita.

A escolha de utilizar uma simulação de N-corpos para testar o método deve-se ao fato de que o valor de Ω_p é previamente conhecido. Nesse modelo, para o snapshot 145, Ω_p apresenta um valor de 33 km/s/kpc, com um erro estimado de ± 3 km/s/kpc. A linha

Figura 13 – Relação entre as integrais de Tremaine-Weinberg $\langle X \rangle$ e $\langle V \rangle$ calculadas para o componente de disco da galáxia simulada, no tempo de 1,45 Gyr, para diferentes inclinações do plano galáctico: (a) 20°, (b) 40° e (c) 60°. A distribuição dos pontos reflete a relação entre a posição média ponderada e a velocidade média ponderada ao longo do eixo Y . A linha preta representa o ajuste linear aos dados. A escala de cores dos pontos indica a densidade superficial das partículas, destacando como diferentes regiões contribuem para o padrão global de movimento.



Fonte: O Autor

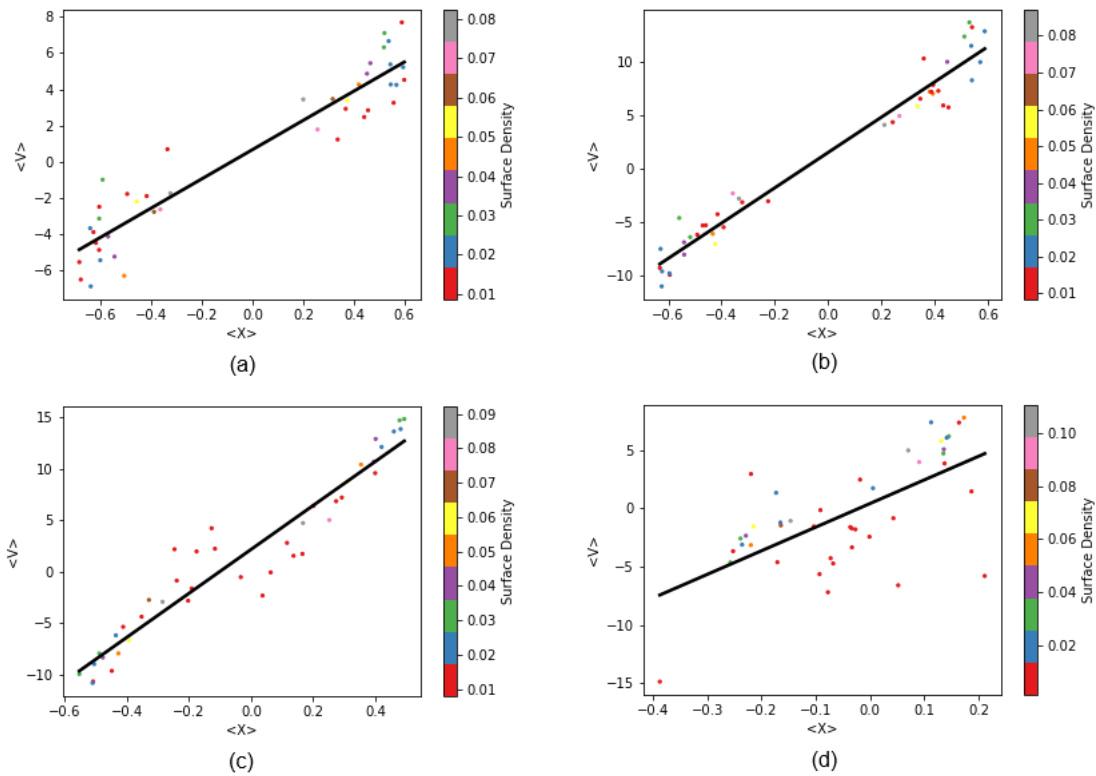
preta ajustada aos pontos representa a melhor reta que descreve a relação linear entre $\langle X \rangle$ e $\langle V \rangle$.

O valor de Ω_p , que caracteriza a velocidade do padrão da barra galáctica, é determinado pela razão entre o coeficiente angular da reta ajustada e o seno da inclinação da galáxia. Nesse contexto, os valores estimados para Ω_p foram 23 km/s/kpc \pm 4 km/s/kpc para a inclinação de 20°, 28 km/s/kpc \pm 2 km/s/kpc para a inclinação de 40° e 25 km/s/kpc \pm 4 km/s/kpc para a inclinação de 60°. Como a margem de erro estimada é de \pm 3 km/s/kpc,

é possível verificar que a melhor inclinação para analisar a velocidade de padrão, dentre as testadas, é de 40° .

As imagens (a), (b), (c) e (d) da Figura 14 ilustram as distribuições de velocidades para diferentes inclinações correspondentes ao snapshot 300 da presente simulação. Esses gráficos foram gerados com o propósito de comparar a velocidade de padrão em dois momentos distintos da evolução da simulação, representados pelos snapshots 145 (meio da simulação) e 300 (final da simulação), abrangendo, inclusive, uma inclinação extrema de 80° .

Figura 14 – Relação entre as integrais de Tremaine-Weinberg $\langle X \rangle$ e $\langle V \rangle$ calculadas para o componente de disco da galáxia simulada, no tempo de 3 Gyr para diferentes inclinações do plano galáctico: (a) 20° , (b) 40° , (c) 60° e (d) 80° .



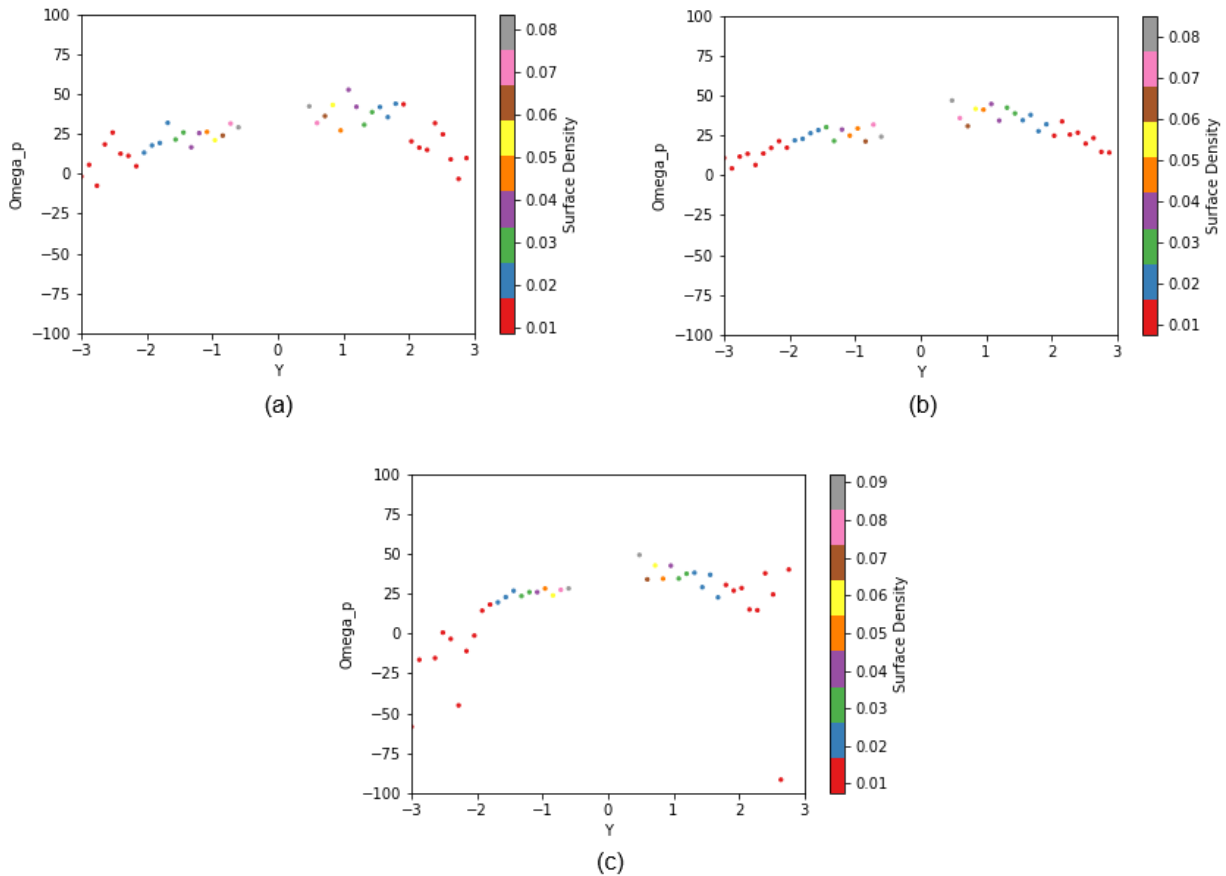
Fonte: O Autor

Os valores determinados para Ω_p , empregando o método *TW-ajuste*, nas inclinações de 20° , 40° , 60° e 80° foram, respectivamente, $24 \text{ km/s/kpc} \pm 4 \text{ km/s/kpc}$, $26 \text{ km/s/kpc} \pm 3 \text{ km/s/kpc}$, $25 \text{ km/s/kpc} \pm 3 \text{ km/s/kpc}$ e $20 \text{ km/s/kpc} \pm 8 \text{ km/s/kpc}$. Para este snapshot, o valor esperado, conhecido a partir da simulação, é de 29 km/s/kpc , com um erro estimado de $\pm 3 \text{ km/s/kpc}$.

Os resultados apresentados confirmam a afirmação proposta por Tremaine e Weinberg (1984), que argumenta que a galáxia não pode estar excessivamente inclinada para

que o método TW forneça padrões de velocidade consistentes, assim como mostra a Figura 14 (d). Entre as inclinações testadas, os dados indicam que as inclinações de 40° e 60° apresentam o melhor desempenho, com os padrões de velocidade mostrando maior consistência e menor dispersão em torno da linha de ajuste linear. Esse resultado destaca a importância de uma configuração geométrica adequada para aplicar o método com precisão, reforçando a limitação mencionada no estudo original.

Figura 15 – Distribuição da velocidade de padrão (Ω_p) em função da coordenada Y para o componente de disco da galáxia simulada no tempo de 1,45 Gyr para diferentes inclinações do plano galáctico: (a) 20° , (b) 40° e (c) 60° . Cada ponto representa o valor de (Ω_p) em uma determinada posição ao longo do eixo Y , com a cor dos pontos indicando a densidade superficial associada. Os eixos X e Y são expressos em kiloparsecs (kpc) e km/s/kpc, respectivamente.



Fonte: O Autor

A Figura 15 (a), (b) e (c) apresenta um gráfico de dispersão que exhibe a variação da velocidade do padrão Ω_p em função da coordenada Y . No eixo horizontal, temos a posição Y , enquanto o eixo vertical mostra o valor de Ω_p (em km/s/kpc), que foi calculado utilizando o método Tremaine-Weinberg (TW). Cada ponto no gráfico representa uma

célula da fenda ao longo da direção Y , e a coloração dos pontos indica a densidade superficial associada, conforme representado pela barra de cores à direita.

Este gráfico revela como a velocidade de padrão Ω_p varia ao longo da extensão da galáxia ou da estrutura estudada, fornecendo informações sobre a dinâmica interna do sistema. A dispersão dos valores de Ω_p em diferentes posições Y pode sugerir variações locais na velocidade de rotação ou perturbações dinâmicas, como a presença da barra ou dos braços espirais na galáxia. A distribuição das cores reflete a densidade superficial, o que permite correlacionar as regiões de maior densidade com as flutuações na velocidade de padrão.

Se os valores de Ω_p mantêm-se relativamente constantes ao longo de Y , isso indica que o padrão rotacional é constante, sugerindo uma estrutura bem estabelecida e estável. Essa uniformidade pode ser interpretada como evidência de um componente dinâmico coeso, onde diferentes partes da galáxia giram em sincronia, preservando a forma e a integridade das estruturas internas ao longo do tempo. Por outro lado, se há variações significativas nos valores de Ω_p em função de Y , isso pode indicar a presença de perturbações ou complexidades na dinâmica galáctica, como será visto na Figura 22.

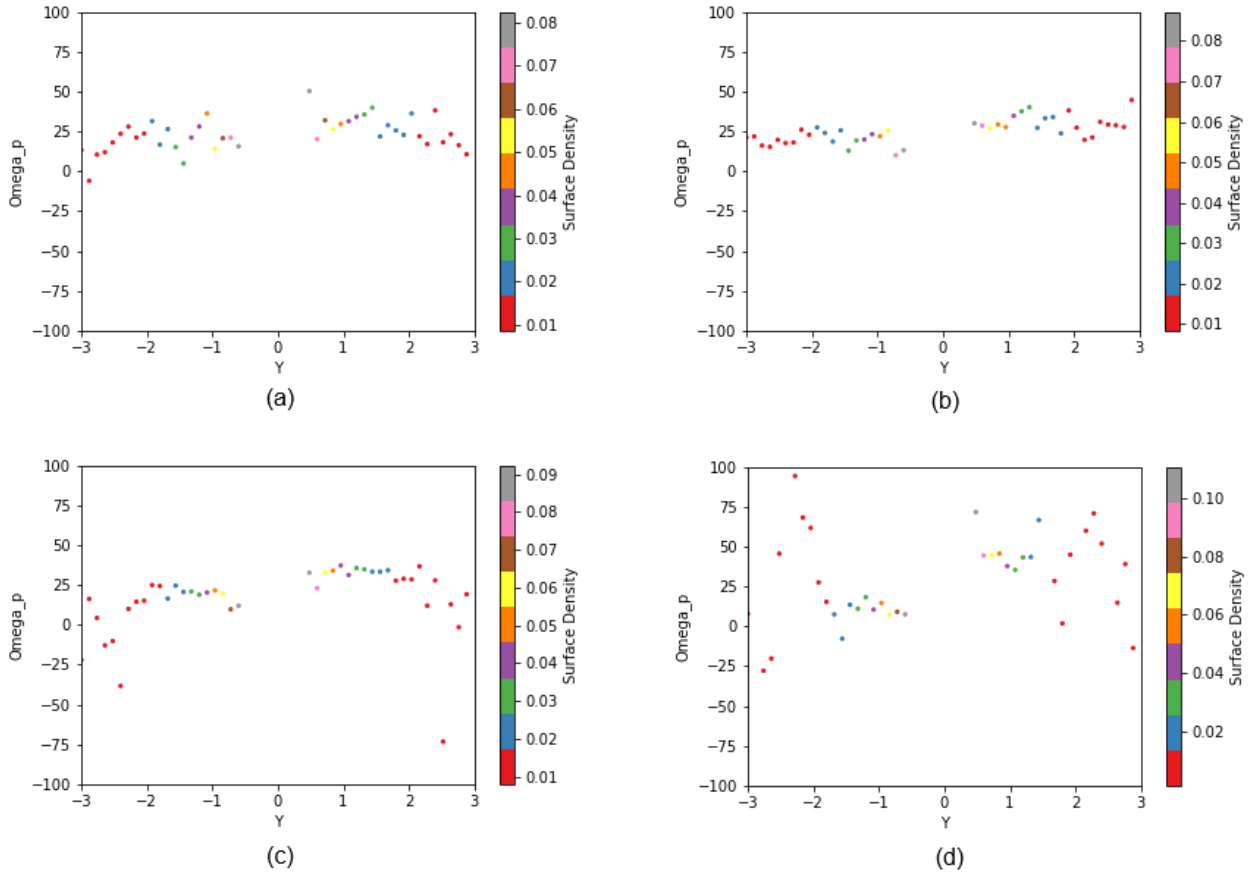
A partir dos valores obtidos para cada ponto ao longo do gráfico, é possível aplicar o método de *TW-média* para determinar os valores de Ω_p , calculando a média aritmética de todos os valores encontrados. Para a inclinação de 20° , o valor estimado de Ω_p foi de 24 km/s/kpc; para a inclinação de 40° , obteve-se $\Omega_p = 26$ km/s/kpc; e, para a inclinação de 60° , o valor encontrado foi $\Omega_p = 16$ km/s/kpc.

Sabendo que para esse snapshot, o valor conhecido de Ω_p é de 33 km/s/kpc, temos que a melhor inclinação para se realizar as análises, neste caso, também é a de 40° . Um aspecto relevante, conforme discutido por Meidt et al. (2008), é que o método *TW-média* apresenta limitações em sua confiabilidade, uma vez que sua variação pode ser superior ao esperado. De fato, ao examinarmos a análise na inclinação considerada ideal, obtém-se $\Omega_p = 26$ km/s/kpc, um valor que excede a margem de erro de ± 3 km/s/kpc.

De forma análoga à Figura 14, a Figura 16 (a), (b), (c) e (d) foi elaborada com o propósito de analisar as diferenças entre dois momentos distintos da simulação. Por meio do método de *TW-média*, foram determinados os valores de Ω_p para as inclinações de 20° , 40° , 60° e 80° , que resultaram, respectivamente, em 23 km/s/kpc, 25 km/s/kpc, 26 km/s/kpc e 88 km/s/kpc, sabendo que seu valor é de 29 km/s/kpc. Esses resultados evidenciam a discrepância observada para inclinações elevadas, como no caso de 80° .

Por fim, a Figura 17 representa a evolução da velocidade de padrão da barra (Ω_p) da galáxia simulada para o Modelo 1 ao longo do tempo, a partir do momento em que sua barra começa a se formar. A curva azul exhibe a variação temporal da velocidade de padrão da barra galáctica. Para gerar essa figura, foi utilizada a técnica de Análise de

Figura 16 – Distribuição da velocidade padrão (Ω_p) em função da coordenada Y para o componente de gás da galáxia simulada no tempo de 3 Gyr para diferentes inclinações do plano galáctico: (a) 20°, (b) 40°, (c) 60° e (d) 80°. Cada ponto representa o valor de (Ω_p) em uma determinada posição ao longo do eixo Y , com a cor dos pontos indicando a densidade superficial associada. Os eixos X e Y são expressos em kiloparsecs (kpc) e km/s/kpc, respectivamente.



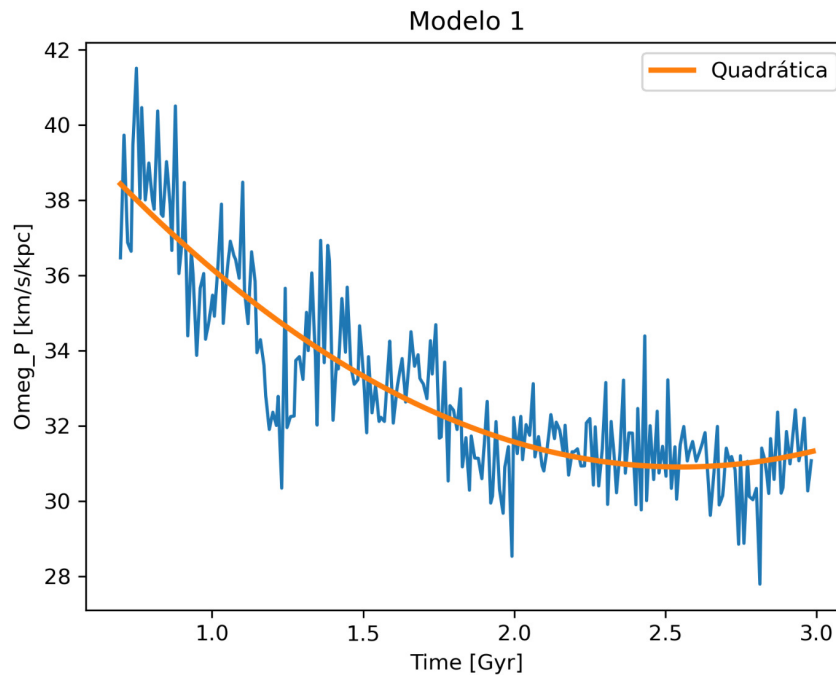
Fonte: O Autor

Componentes Principais (PCA, *Principal Component Analysis*), que permitiu identificar a direção da barra para cada snapshot da simulação. Dessa forma, foi possível verificar a orientação da estrutura barrada ao longo do tempo e, a partir dessa informação, calcular a variação da velocidade de padrão Ω_p . A linha laranja representa um ajuste quadrático, evidenciando a tendência geral de desaceleração da barra ao longo de 3 Gyr. O ajuste resultou na equação 4.1 de Ω_p da barra em função do tempo (t):

$$\Omega_p = 2,19t^2 - 11,17t + 45,15 \quad . \quad (4.1)$$

A análise dessa evolução revela um comportamento esperado para galáxias espirais

Figura 17 – Evolução temporal da velocidade do padrão da barra galáctica (Ω_p) no Modelo 1, ao longo do tempo a partir da formação de sua barra. A linha azul representa a variação temporal da velocidade de padrão da barra galáctica, enquanto a linha laranja corresponde a um ajuste quadrático da tendência geral. Observa-se uma diminuição progressiva de Ω_p com o tempo, indicando o processo de desaceleração da barra devido à transferência de momento angular para o halo e o disco da galáxia.



Fonte: O Autor

barradas. Inicialmente, a barra se forma com uma velocidade de padrão por volta de 36 km/s/kpc. No entanto, com o passar do tempo, observa-se uma tendência de redução gradual de Ω_p , atingindo valores próximos de 30 km/s/kpc ao final da simulação. Essa diminuição na velocidade de padrão é um fenômeno bem documentado em estudos sobre barras galácticas e está associada a processos dinâmicos fundamentais (Athanasoula, 2003).

O principal mecanismo responsável por essa desaceleração é a transferência de momento angular da barra para outros componentes da galáxia, como o halo de matéria escura e o disco externo. A barra interage gravitacionalmente com o halo, causando a redistribuição de momento angular. Esse processo faz com que a barra perca parte de sua rotação inicial, resultando na redução gradual de Ω_p .

A evolução da velocidade angular da barra também pode fornecer informações sobre a sua estabilidade e maturação. No início, a variação de Ω_p é mais pronunciada,

refletindo a fase de crescimento e estabilização da estrutura barrada. À medida que a barra se consolida dinamicamente, a curva azul exhibe flutuações menos abruptas, indicando que a barra atinge um estado mais estável e evolui de maneira mais suave.

Esse comportamento é consistente com estudos anteriores sobre barras galácticas que sugerem que barras jovens tendem a ser mais rápidas e desaceleram à medida que interagem com o meio circundante (e.g. Binney; Tremaine, 2008). Esse resultado também tem implicações observacionais, pois galáxias reais com barras lentas podem indicar sistemas mais evoluídos e sujeitos a um histórico prolongado de interações dinâmicas.

4.2 Modelo 2

Para o segundo modelo testado pelo método TW através da implementação em PYTHON, também foi utilizado a abordagem *TW-ajuste* e *TW-média*. Os parâmetros adotados para a geração do modelo foram detalhados na Seção 3.1, na Tabela 1, e o snapshot utilizado foi o 173, evoluído por 1,73 Gyr. A diferença mais marcante deste modelo, com respeito ao Modelo 1, é que neste a barra é muito mais rápida.

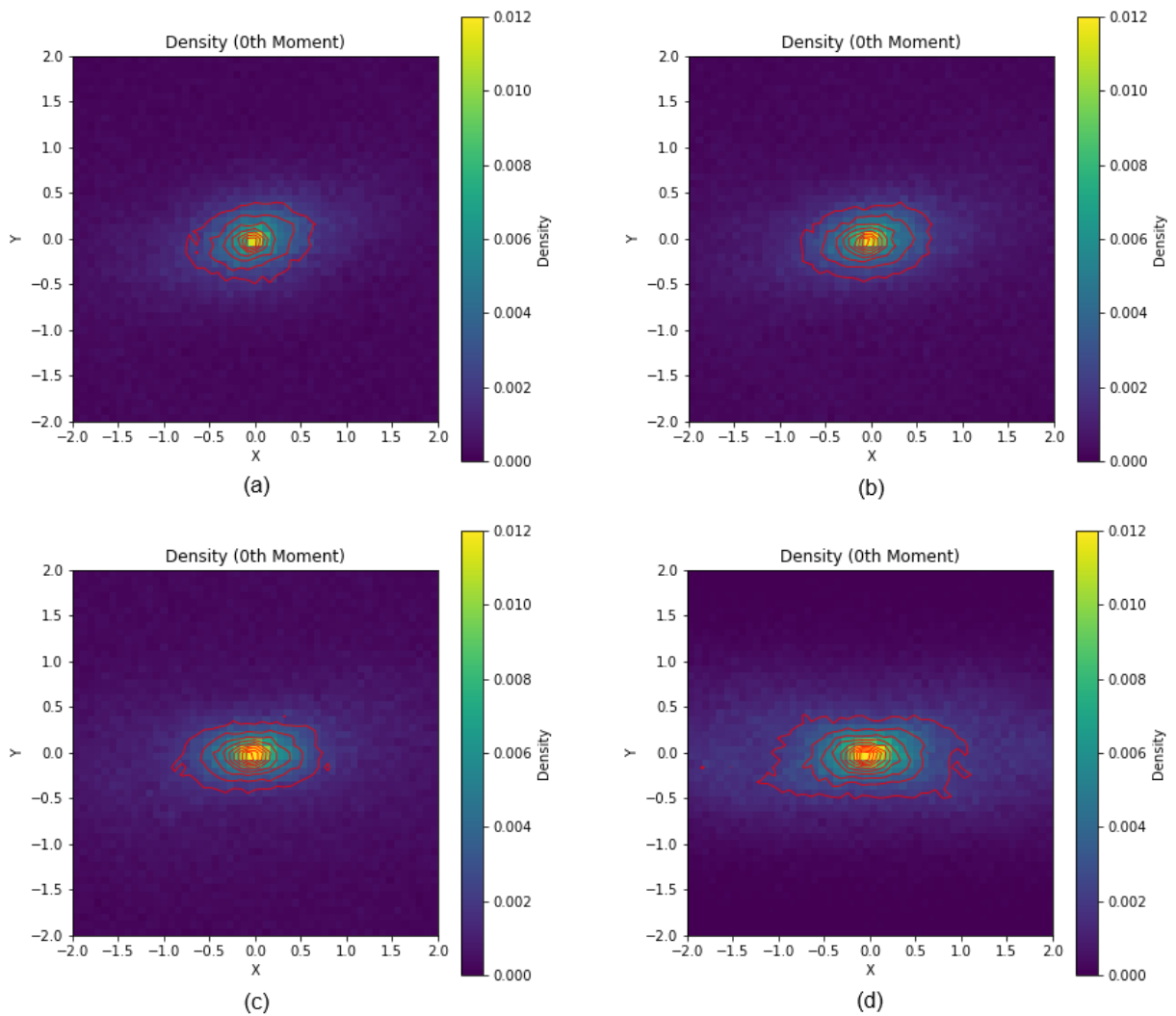
O traçador utilizado para realizar a análise da velocidade de padrão nesse modelo foram as estrelas do disco, o mesmo adotado no estudo do Modelo 1. Nas Figuras 18 (a), (b), (c) e (d) é apresentado um mapa do momento 0 do CBE (explicado na Seção 3.4) das partículas, a fim de analisar a distribuição de massa no plano galáctico para as inclinações de 20°, 40°, 60° e 80°, respectivamente.

A interpretação da imagem é facilitada pela escala de cores, que representa a variação da densidade superficial ao longo da galáxia. As regiões mais brilhantes, em amarelo, indicam áreas de maior densidade superficial, geralmente associadas ao núcleo e à barra galáctica, onde a concentração de matéria é mais intensa. Nessas regiões centrais, a gravidade exerce uma influência significativa sobre a dinâmica do sistema, tornando-se locais importantes para processos de transporte de momento angular e redistribuição de matéria. Por outro lado, as regiões em roxo e azul escuro representam áreas de menor densidade superficial, que correspondem às partes mais externas do disco galáctico. Nessas regiões, a influência gravitacional do núcleo e da barra é menos pronunciada, e as partículas tendem a se mover de forma mais dispersa.

A imagem apresenta diferentes projeções da galáxia (20°, 40°, 60° e 80°), mostrando como a densidade superficial varia quando o sistema é visto sob diferentes inclinações. Os mapas de densidade superficial como esse também são amplamente utilizados para comparação com observações reais de galáxias espirais barradas. Essa comparação permite validar modelos teóricos e aprimorar a compreensão da evolução dinâmica das galáxias.

A Figura 19 apresenta a distribuição da velocidade média da galáxia no Modelo 2,

Figura 18 – Representação do momento 0 da equação de Boltzmann para o Modelo 2 e tempo de 1,73 Gyr, mostrando a distribuição da densidade superficial da galáxia simulada projetada para diferentes inclinações do plano galáctico: (a) 20°, (b) 40°, (c) 60° e (d) 80°. As cores indicam diferentes níveis de densidade, onde as regiões centrais apresentam maior concentração de massa (tons amarelos) e as áreas periféricas exibem densidades mais baixas (tons roxos).

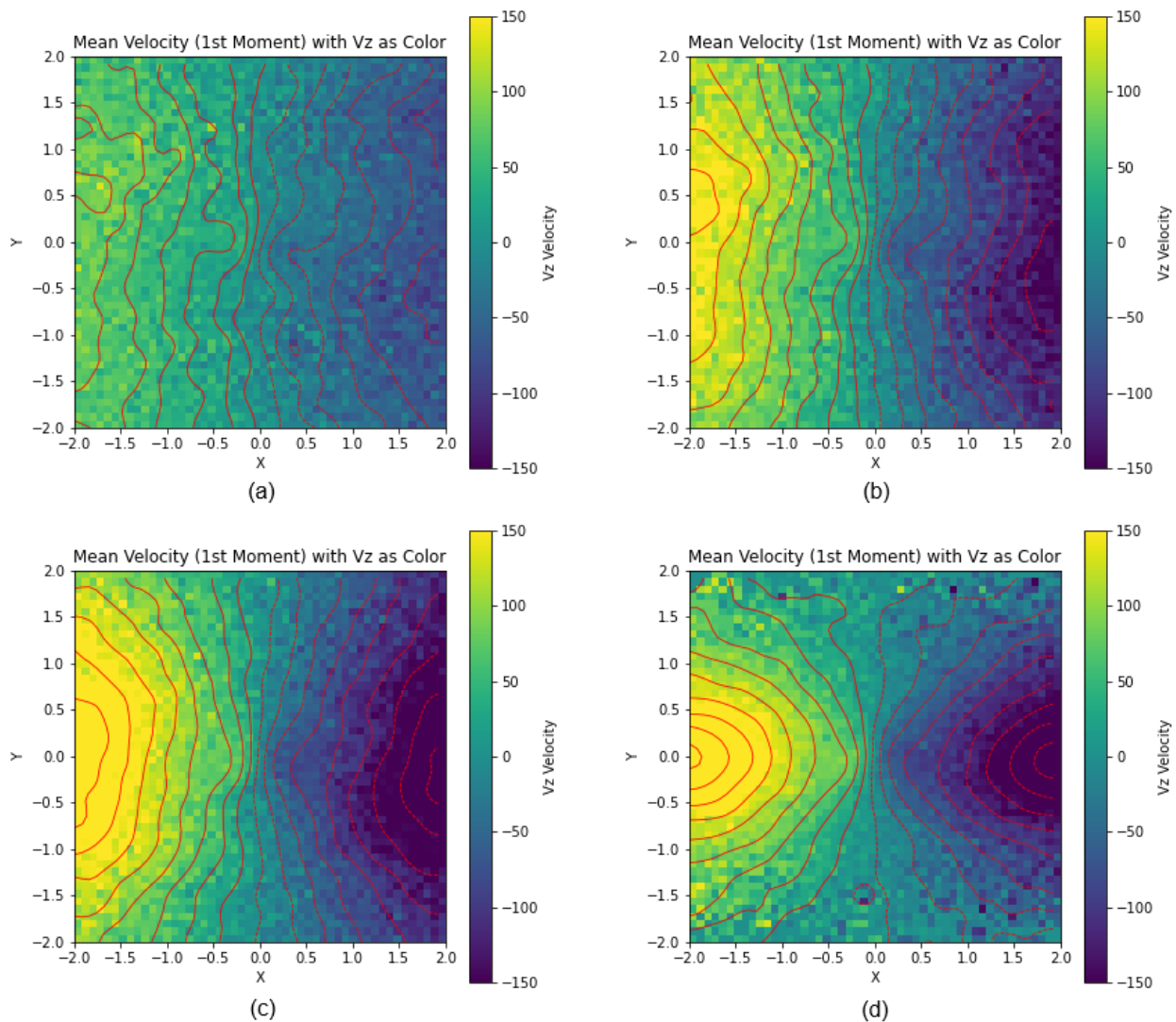


Fonte: O Autor.

correspondente ao Momento 1 da equação de Boltzmann. As cores indicam as variações de velocidade ao longo da linha de visada, onde os tons mais claros representam regiões de maior velocidade média, enquanto os tons mais escuros indicam velocidades menores. Essa variação é resultado da rotação diferencial do disco galáctico e da influência da barra central na redistribuição do momento angular, evidenciado pelos contornos em vermelho.

Ao comparar com os resultados do Modelo 1, observa-se que a distribuição da velocidade média no Modelo 2 pode apresentar alterações em relação à transição entre regiões de alta e baixa velocidade. No primeiro modelo, o padrão de rotação era mais

Figura 19 – Distribuição da velocidade média (Momento 1 da Equação de Boltzmann) para o Modelo 2 e tempo de 1,73 Gyr, projetada para diferentes inclinações do plano galáctico: (a) 20°, (b) 40°, (c) 60° e (d) 80°. A escala de cores representa as variações de velocidade ao longo da linha de visada, onde tons mais claros indicam valores mais altos de velocidade média, enquanto tons escuros representam regiões de menor velocidade. Os contornos em vermelho evidenciam as perturbações nos campos de velocidade.

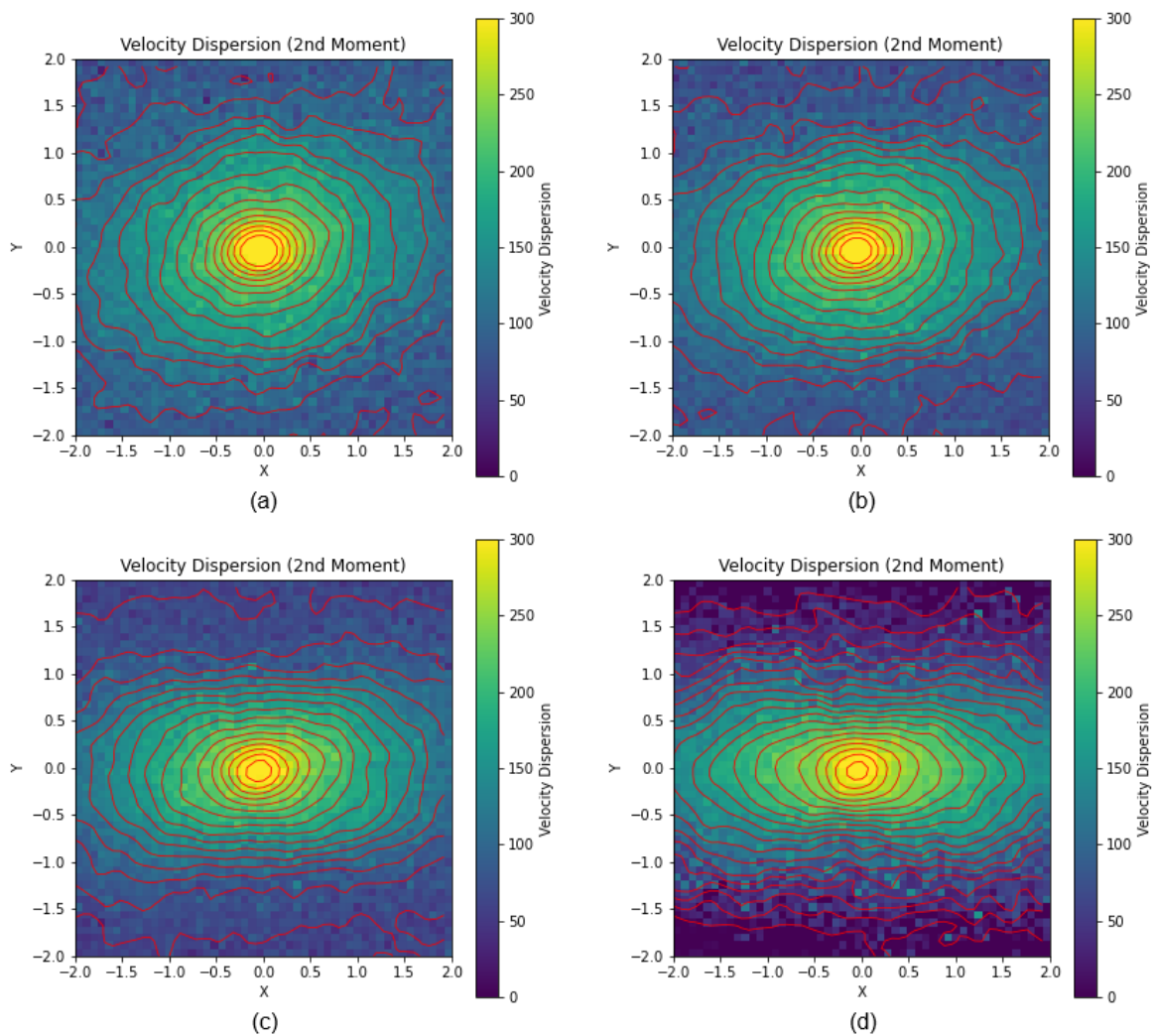


Fonte: O Autor.

bem definido, com uma separação clara entre as diferentes regiões da galáxia. No entanto, no segundo modelo, a presença da barra parece causar um efeito mais pronunciado na redistribuição das velocidades. Isso pode ser interpretado como uma consequência da interação da barra com o disco, alterando a dinâmica do sistema e modificando a forma como o momento angular é transportado. Essa diferença sugere que a barra no Modelo 2 pode estar promovendo uma redistribuição mais intensa da matéria, afetando a estrutura da rotação galáctica.

A variação da inclinação nas projeções também desempenha um papel importante na análise da cinemática da galáxia. Dependendo do ângulo de observação, certos padrões de velocidade tornam-se mais ou menos evidentes, o que pode impactar a interpretação dos resultados. No Modelo 1, a transição de velocidades era observada de forma mais homogênea, enquanto no Modelo 2, algumas projeções sugerem perturbações mais significativas na distribuição da velocidade média. Isso reforça a necessidade de considerar a inclinação ao analisar a estrutura cinemática das galáxias, pois diferentes perspectivas podem revelar características distintas da dinâmica interna.

Figura 20 – Distribuição da dispersão de velocidades (Momento 2 da Equação de Boltzmann) para o Modelo 2 e tempo de 1,73 Gyr, projetada para diferentes inclinações do plano galáctico: (a) 20° , (b) 40° , (c) 60° e (d) 80° . A escala de cores representa a variação da dispersão de velocidades na galáxia, onde tons mais claros indicam regiões com maior dispersão, sugerindo maior desordem nos movimentos das partículas, e tons mais escuros representam áreas com menor dispersão, onde os movimentos são mais ordenados.



Fonte: O Autor.

A Figura 20 representa a dispersão de velocidades da galáxia no Modelo 2, cor-

respondente ao Momento 2 da equação de Boltzmann. Regiões onde essa dispersão é elevada indicam a presença de interações gravitacionais mais intensas e movimentos mais desordenados das partículas. A escala de cores da imagem evidencia essa variação: tons mais claros indicam maior dispersão de velocidade, enquanto tons escuros representam regiões onde os movimentos são mais ordenados. Como no caso dos momentos anteriores, as diferentes projeções apresentadas correspondem a distintos ângulos de inclinação da galáxia, permitindo avaliar como a dispersão se manifesta sob diferentes perspectivas.

No centro da galáxia, observa-se uma dispersão de velocidades significativamente maior, o que é esperado devido à influência gravitacional mais intensa nessa região. Essa elevação da dispersão ocorre porque, próximo ao núcleo, as forças gravitacionais são mais pronunciadas, gerando movimentos estelares mais caóticos e aleatórios. Nas regiões mais externas do disco, por outro lado, os movimentos seguem um padrão mais regular, resultando em valores de dispersão menores. Esse comportamento é consistente com a rotação diferencial da galáxia, onde a influência da barra e de outras estruturas internas pode introduzir perturbações nos padrões de movimento.

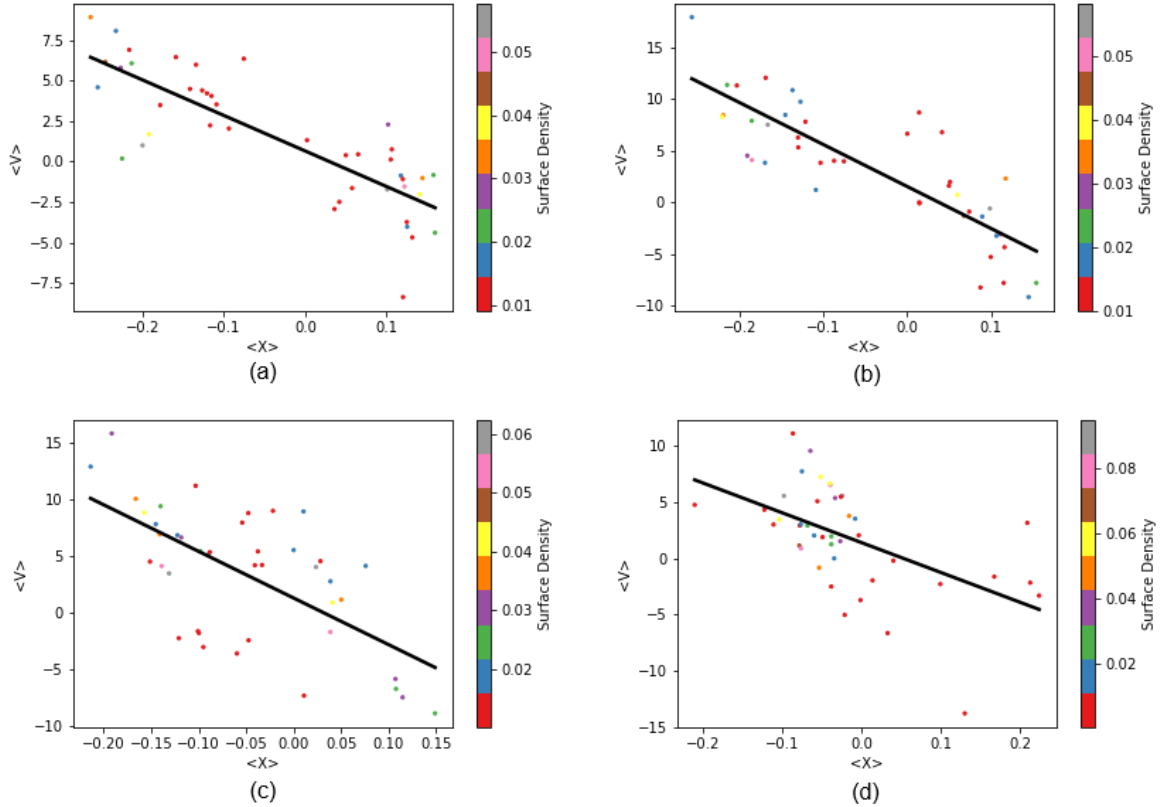
Comparando com os resultados do Modelo 1, é possível notar algumas diferenças na dispersão de velocidades. No primeiro modelo, a transição entre regiões de baixa e alta dispersão era mais suave, sugerindo que a estrutura da barra ainda não havia causado grandes perturbações na distribuição de velocidades. Já no Modelo 2, a dispersão parece mais intensa e concentrada na região central, o que pode indicar um estágio evolutivo mais avançado da barra galáctica. Essa diferença sugere que, no segundo modelo, a barra pode ter desempenhado um papel mais significativo na redistribuição do momento angular, gerando uma dispersão de velocidades mais pronunciada. Além disso, a maior dispersão ao longo da barra indica que essa estrutura está contribuindo ativamente para a reorganização da dinâmica do sistema.

A inclinação da galáxia também influencia a forma como a dispersão de velocidades é percebida. Dependendo do ângulo de observação, certos padrões podem se tornar mais ou menos evidentes, impactando a interpretação dos dados. No Modelo 1, as variações na dispersão eram menos sensíveis às mudanças de inclinação, enquanto no Modelo 2, nota-se que a projeção pode acentuar ou suavizar certas regiões de alta dispersão. Essa diferença reforça a importância de considerar múltiplas inclinações ao comparar simulações com observações reais, pois diferentes perspectivas podem alterar a interpretação da estrutura cinemática da galáxia.

A Figura 21 ilustra a aplicação do método de Tremaine-Weinberg (TW) para o Modelo 2, onde são calculadas as integrais $\langle X \rangle$ e $\langle Y \rangle$ a partir das propriedades da galáxia simulada. Nesse modelo, Ω_p apresenta um valor de, aproximadamente, 64 km/s/kpc, com um erro estimado de ± 3 km/s/kpc.

Esses valores correspondem, respectivamente, à razão entre o coeficiente angular

Figura 21 – Relação entre as integrais de Tremaine-Weinberg $\langle X \rangle$ e $\langle Y \rangle$ para o Modelo 2 e tempo de 1,73 Gyr, considerando diferentes inclinações do plano galáctico: (a) 20°, (b) 40°, (c) 60° e (d) 80°. Cada ponto representa uma fenda espectral ao longo do disco da galáxia, e as cores indicam a densidade superficial das partículas. A linha preta corresponde ao ajuste linear, utilizado para estimar a velocidade do padrão da barra galáctica (Ω_p)



Fonte: O Autor.

da reta ajustada e o seno da inclinação da galáxia. A relação entre essas quantidades é expressa na forma de um ajuste linear, cuja inclinação fornece uma estimativa da velocidade do padrão da barra galáctica (Ω_p). Nesse contexto, os valores estimados para Ω_p foram aproximadamente $-64 \text{ km/s/kpc} \pm 2 \text{ km/s/kpc}$ para a inclinação de 20°, $-63 \text{ km/s/kpc} \pm 3 \text{ km/s/kpc}$ para a inclinação de 40°, $-47 \text{ km/s/kpc} \pm 6 \text{ km/s/kpc}$ para a inclinação de 60° e $-26 \text{ km/s/kpc} \pm 12 \text{ km/s/kpc}$ para a inclinação de 80°.

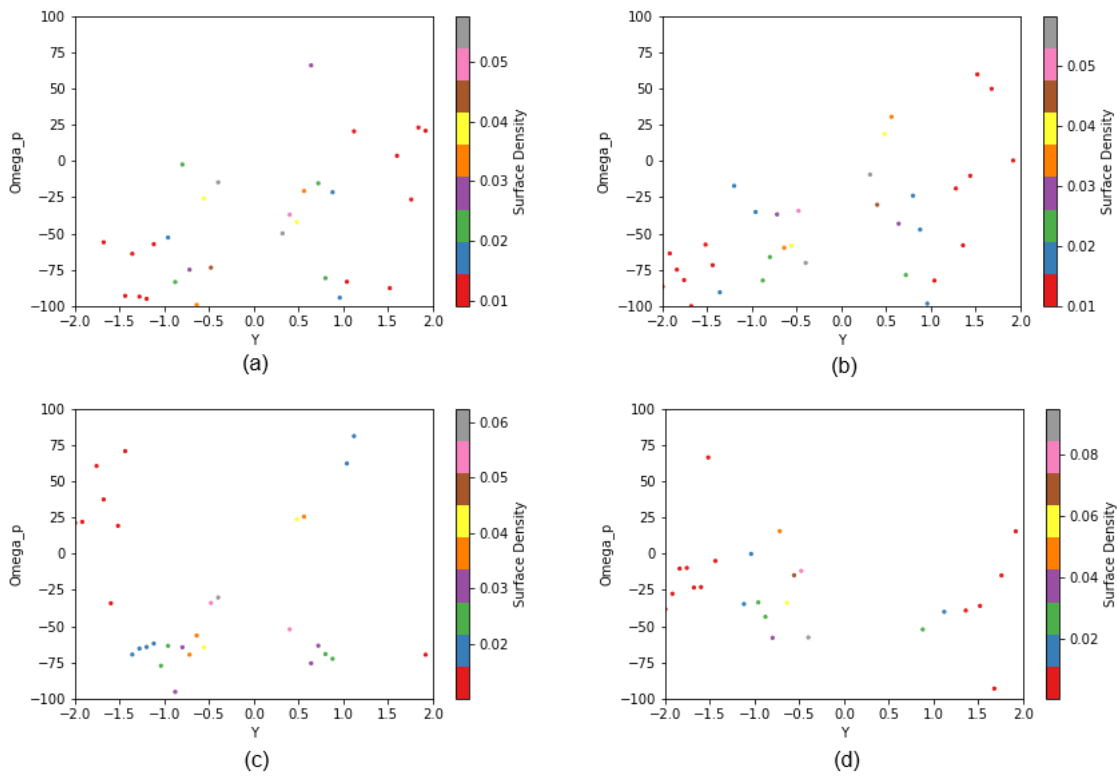
O sinal negativo nos valores estimados para Ω_p no Modelo 2 reflete uma diferença na convenção adotada para a orientação da rotação galáctica.

Ao comparar os resultados do Modelo 1 e Modelo 2, nota-se que, no primeiro caso, os dados se alinham melhor com a reta ajustada em todas as inclinações testadas. Isso sugere que a estrutura da barra no Modelo 1 exibia uma maior regularidade dinâmica, favorecendo uma medição mais estável de Ω_p . Já no Modelo 2, a dispersão maior nos pontos indica a presença de variações na distribuição de velocidades que podem estar

associadas a efeitos dinâmicos internos, como interações entre a barra e o disco ou variações na estrutura da barra ao longo do tempo.

As diferenças observadas entre os dois modelos ressaltam a importância de considerar a evolução da barra e a inclinação da galáxia ao aplicar o método TW. Em simulações, onde Ω_p é conhecido *a priori*, essas comparações permitem avaliar a precisão do método sob diferentes condições e identificar limitações que devem ser levadas em conta em aplicações observacionais.

Figura 22 – Distribuição dos valores estimados da velocidade do padrão da barra galáctica (Ω_p) em função da posição ao longo do eixo Y , para as inclinações de (a) 20° , (b) 40° , (c) 60° e (d) 80° do plano galáctico no Modelo 2 e tempo de 1,73 Gyr. Cada ponto colorido representa um valor de Ω_p obtido em uma determinada posição, e as cores indicam a densidade superficial das partículas associadas a essa região. A variação nos valores reflete a dispersão dos resultados para cada inclinação analisada.



Fonte: O Autor

A Figura 22 exibe a variação da velocidade do padrão da barra galáctica (Ω_p) ao longo do eixo Y para diferentes inclinações do plano galáctico no Modelo 2. Cada ponto no gráfico representa um valor estimado de Ω_p em uma determinada posição dentro da galáxia, e as cores dos pontos indicam a densidade superficial das partículas associadas. Esse tipo de análise é fundamental para avaliar a estabilidade da barra e a robustez da estimativa de sua velocidade de rotação.

Os valores obtidos para Ω_p mostram uma dispersão considerável, sugerindo variações locais na cinemática do sistema. A dispersão dos pontos pode estar associada a perturbações dinâmicas, como a influência da barra sobre o disco ou a presença de outras estruturas galácticas que interferem na medição da velocidade do padrão. Em algumas inclinações, como em 60° e 80° , a dispersão parece mais acentuada, o que pode indicar que a projeção da galáxia influencia diretamente a precisão da estimativa de Ω_p .

Comparando com os resultados obtidos no Modelo 1, utilizando o método do *TW-média* observa-se que os valores de Ω_p para o Modelo 2 apresentam uma dispersão mais elevada e uma variação mais significativa entre diferentes inclinações. No Modelo 1, os valores estimados para Ω_p foram relativamente consistentes, no Modelo 2, os valores apresentam maior variabilidade, com valores de -56 km/s/kpc para 20° , -68 km/s/kpc para 40° , -65 km/s/kpc para 60° e -25 km/s/kpc para 80° .

A maior dispersão observada no Modelo 2 pode ser interpretada como um reflexo da interação mais intensa da barra com o disco, o que pode estar causando variações espaciais na velocidade do padrão. Além disso, a diferença de sinal em relação ao Modelo 1 reforça a importância da escolha da convenção de coordenadas na aplicação do método de Tremaine-Weinberg. Se a rotação da galáxia for observada em um referencial oposto ao adotado no Modelo 1, os valores de Ω_p estimados apresentarão um sinal invertido.

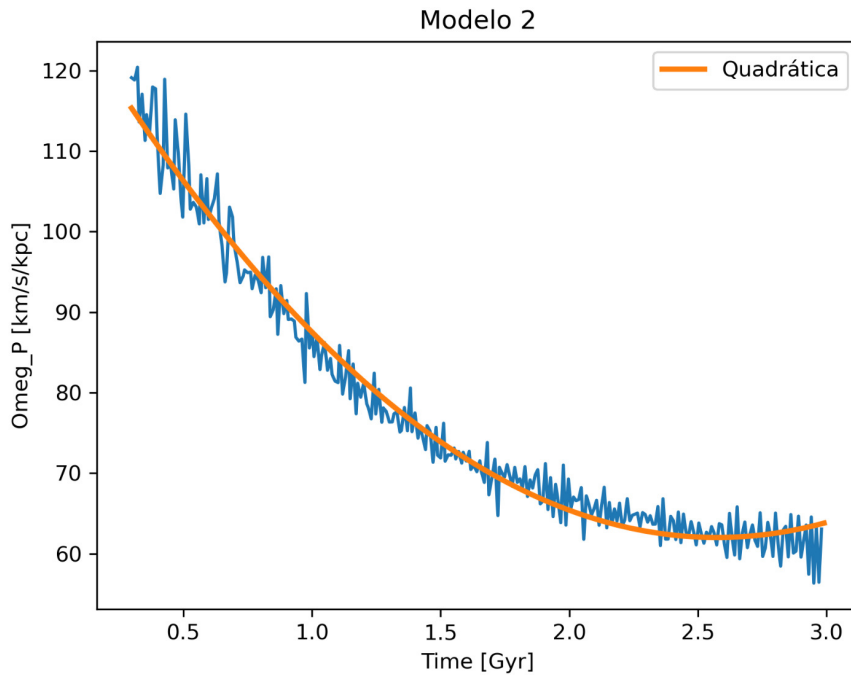
Os resultados desta análise mostram que, apesar do método de Tremaine-Weinberg ser uma ferramenta poderosa para medir a velocidade do padrão da barra galáctica, fatores como a inclinação do plano galáctico e a estrutura interna da galáxia podem influenciar significativamente os valores estimados de Ω_p . Portanto, a comparação entre os dois modelos permite avaliar os limites do método e entender melhor a evolução da barra galáctica sob diferentes condições dinâmicas.

Por fim, a Figura 23 representa a evolução da velocidade de padrão (Ω_p) da galáxia simulada para o modelo 2 ao longo do tempo, a partir do início de sua formação. A curva azul exibe a variação temporal da velocidade de padrão da barra galáctica. Para gerar essa figura, também foi utilizada a técnica de Análise de Componentes Principais (PCA, *Principal Component Analysis*), que permitiu identificar a direção da barra para cada snapshot da simulação. A linha laranja representa um ajuste quadrático, evidenciando a tendência geral de desaceleração da barra desde a sua plena formação (300 Myr após o início da simulação) até 3 Gyr. O ajuste resultou na equação 4.2 de Ω_p da barra em função do tempo (t):

$$\Omega_p = 10,31 t^2 - 53,05 t + 130,28 \quad . \quad (4.2)$$

No início da evolução, a variação de Ω_p é mais intensa, sugerindo um período de ajuste dinâmico da barra. Conforme a estrutura se estabelece e interage gravitacional-

Figura 23 – Evolução temporal da velocidade do padrão da barra galáctica (Ω_p) no Modelo 2. A curva azul representa a variação de Ω_p ao longo do tempo, enquanto a linha laranja corresponde a um ajuste quadrático, evidenciando a tendência geral de desaceleração da barra. Essa redução gradual está associada à transferência de momento angular da barra para outros componentes da galáxia, como o disco externo e o halo de matéria escura.



Fonte: O Autor

mente com os demais componentes da galáxia, sua desaceleração se torna mais gradual, aproximando-se de um regime mais estável. Esse fenômeno está diretamente ligado à dinâmica da barra e à forma como ela redistribui o momento angular dentro da galáxia.

Comparando com o Modelo 1, percebe-se que ambos os modelos seguem uma tendência de diminuição de Ω_p , mas em ritmos distintos. No Modelo 1, a desaceleração foi mais sutil, indicando que a barra manteve sua estrutura e rotação por um período mais longo. Já no Modelo 2, a variação foi mais expressiva, sugerindo uma interação mais intensa entre a barra e os outros componentes da galáxia, o que pode ter acelerado a perda de momento angular.

Os dados analisados correspondem ao snapshot 175, o que significa que a simulação ainda não atingiu sua fase final (é esperado a geração de 300 snapshots). No entanto, a tendência observada sugere que Ω_p deverá se estabilizar conforme a barra atinge um estado de equilíbrio dinâmico. Esse comportamento é comum em galáxias barradas, pois, após um período de desaceleração, a barra tende a alcançar um ponto em que sua rotação se

mantém aproximadamente constante.

5 Conclusão

O presente trabalho teve como objetivo a análise da dinâmica de barras em galáxias espirais barradas por meio do método de Tremaine-Weinberg, utilizando simulações numéricas de N-corpos. A partir da aplicação do método, foi possível estimar a velocidade do padrão (Ω_p) em diferentes configurações e inclinações, permitindo uma avaliação da robustez do método sob condições variadas. Além disso, foram realizadas comparações entre dois modelos distintos, possibilitando uma compreensão mais profunda sobre como diferentes parâmetros iniciais afetam a evolução da barra e sua desaceleração.

Os resultados mostraram que o método de Tremaine-Weinberg é eficiente para medir Ω_p em sistemas bem definidos, mas sua precisão pode ser impactada por fatores como a inclinação da galáxia e a escolha dos traçadores. No Modelo 1, o valor conhecido de Ω_p para o snapshot 145 é de 33 km/s/kpc \pm 3 km/s/kpc, através das análises pelo método *TW-ajuste* foram encontrados os valores de 23 km/s/kpc \pm 4 km/s/kpc para a inclinação de 20°, 28 km/s/kpc \pm 2 km/s/kpc para a inclinação de 40° e 25 km/s/kpc \pm 4 km/s/kpc para a inclinação de 60°. Ainda no Modelo 1, mas para o snapshot 300, o valor de Ω_p conhecido é de 29 km/s/kpc \pm 3 km/s/kpc, e foram encontrados os valores de 24 km/s/kpc \pm 4 km/s/kpc para 20°, 26 km/s/kpc \pm 3 km/s/kpc para 40°, 25 km/s/kpc \pm 3 km/s/kpc para 60° e 20 km/s/kpc \pm 8 km/s/kpc para 80°. A pouca variação do valor de Ω_p ao longo do tempo indica uma estabilidade maior da barra.

No Modelo 2, no entanto, a estimativa da velocidade do padrão apresentou maior dispersão, o valor de Ω_p conhecido é de 64 km/s/kpc \pm 3 km/s/kpc, e foram encontrados valores através das análises pelo método *TW-ajuste* de -64 km/s/kpc para 20° \pm 2 km/s/kpc, -63 km/s/kpc \pm 3 km/s/kpc para 40°, -47 km/s/kpc \pm 6 km/s/kpc para 60° e -26 km/s/kpc \pm 12 km/s/kpc para 80°, sugerindo um impacto mais significativo da inclinação e da estrutura da galáxia na medição da velocidade de padrão. Os valores encontrados apresentam sinal negativo devido à rotação galáctica.

A análise dos momentos da equação de Boltzmann permitiu verificar a distribuição de densidade, a velocidade média e a dispersão de velocidades dos componentes estelares, evidenciando padrões consistentes com as expectativas teóricas. A comparação entre diferentes snapshots revelou que, embora a barra inicialmente apresente uma rotação mais rápida, a tendência geral é uma desaceleração progressiva, resultante da transferência de momento angular para o disco e para o halo da galáxia. No Modelo 2, a variação de Ω_p ao longo do tempo mostrou uma redução significativa, partindo de aproximadamente 120 km/s/kpc nos estágios iniciais para valores próximos de 60 km/s/kpc no snapshot 175, confirmando a tendência de desaceleração da barra. Esse comportamento, amplamente

estudado na literatura (Debattista; Sellwood, 2000), indica que o método aplicado é capaz de capturar esse efeito de forma realista.

Diferentemente de outros estudos publicados, este trabalho explorou o impacto da inclinação da galáxia na aplicação do método de Tremaine-Weinberg em simulações, permitindo uma avaliação mais detalhada dos limites do método em diferentes configurações geométricas. Além disso, a análise comparativa entre dois modelos dinâmicos distintos possibilitou uma investigação mais abrangente sobre a influência da estrutura e da distribuição de massa na determinação de Ω_p .

Apesar dos avanços proporcionados pelo presente estudo, algumas limitações devem ser consideradas. Fatores como a resolução numérica e a escolha dos parâmetros iniciais podem impactar a precisão dos resultados obtidos. Trabalhos futuros podem incluir a análise de simulações com maior resolução temporal e espacial, bem como a aplicação do método a modelos com diferentes condições iniciais, incluindo interações com outras galáxias.

Uma previsão para trabalhos futuros é a aplicação do método de Tremaine-Weinberg em galáxias observadas, utilizando espectroscopia de campo integral para obter as distribuições de densidade e velocidade necessárias para o cálculo de Ω_p . Com o programa em Python em funcionamento, será possível realizar essa análise em bases de dados como o MaNGA (*Mapping Nearby Galaxies at Apache Point Observatory*) e o CALIFA (*Calar Alto Legacy Integral Field Area Survey*), que fornecem observações detalhadas da cinemática de galáxias próximas. Esse avanço permitirá testar a robustez do método em condições reais de observação e comparar diretamente os valores de Ω_p inferidos a partir de dados simulados e observacionais, contribuindo para uma melhor compreensão da evolução das barras galácticas.

A aplicação desses métodos a galáxias reais permitirá validar os resultados obtidos em simulações e investigar possíveis desvios sistemáticos introduzidos por fatores como a resolução espectral e a contaminação por populações estelares complexas. Além disso, ao comparar as medidas de Ω_p com outros parâmetros estruturais das galáxias, será possível aprofundar a investigação sobre a relação entre a desaceleração da barra e a presença de halos de matéria escura ou outros mecanismos de realimentação dinâmica.

Por fim, este estudo reforça a relevância do método de Tremaine-Weinberg na análise de padrões de velocidade em galáxias espirais barradas, destacando seus pontos fortes e suas limitações. A aplicação desse método em simulações numéricas permite não apenas validar técnicas observacionais, mas também aprimorar a compreensão sobre a evolução dinâmica das barras galácticas, contribuindo para o avanço da astrofísica extragaláctica.

Referências

- Athanassoula, E. The spiral structure of galaxies. In: *Amsterdam: North-Holland*. [S.l.: s.n.], 1984. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 43.
- Athanassoula, E. Evolution of bars in isolated and interacting galaxies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 341, n. 4, p. 1179–1198, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 67.
- Bienaymé, O. Collisionless Boltzmann equation approach for the study of stellar discs within barred galaxies. *A&A*, v. 612, p. A75, abr. 2018. Citado na página 44.
- Binney, J.; Tremaine, S. *Galactic dynamics*. [S.l.: s.n.], 1987. Citado na página 32.
- Binney, J.; Tremaine, S. *Galactic Dynamics: Second Edition*. [S.l.: s.n.], 2008. Citado 5 vezes nas páginas 28, 29, 32, 34 e 68.
- Boeshaar, G. O.; Hodge, P. W. H II Regions and the Spiral Structure of NGC 3631. *ApJ*, v. 213, p. 361–367, abr. 1977. Citado na página 27.
- Bureau, M.; Athanassoula, E. Bar Diagnostics in Edge-On Spiral Galaxies. III. N-Body Simulations of Disks. *ApJ*, v. 626, n. 1, p. 159–173, jun. 2005. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 38.
- Bureau, M. et al. The Shape and Figure Rotation of the Dark Halo of NGC 2915. *AJ*, v. 118, n. 5, p. 2158–2171, nov. 1999. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 49.
- Campos, J. P. Dinâmica de galáxia e matéria escura. *Sitiensibus Série Ciências Físicas*, 2006. Citado na página 22.
- Danver, C.-G. *A morphological investigation of some near galaxies : with regard to the lengths and the form of their arms, their inclinations and their symmetry properties*. Tese (Doutorado) — University of Lund, Sweden, jan. 1942. Citado na página 27.
- Debattista, V. P. *The Interaction of Dark Matter with Galaxy Disks: Bars and WARPS*. Tese (Doutorado) — Rutgers University, New Jersey, jan. 1998. Citado na página 48.
- Debattista, V. P.; Sellwood, J. A. Constraints from dynamical friction on the dark matter content of barred galaxies. *The Astrophysical Journal*, v. 543, n. 2, p. 704–721, 2000. Citado na página 80.
- Dey, A. et al. Overview of the DESI Legacy Imaging Surveys. *AJ*, v. 157, n. 5, p. 168, maio 2019. Citado na página 31.
- Dyson, J. E.; Williams, D. A. *The physics of the interstellar medium*. [S.l.: s.n.], 1997. Citado na página 19.
- Elmegreen, B. G.; Elmegreen, D. M. Erratum - Properties of Barred Spiral Galaxies. *ApJ*, v. 296, p. 297, set. 1985. Citado na página 30.

- Elmegreen, D. M. Bar Properties as a Function of Hubble Type. In: Buta, R.; Crocker, D. A.; Elmegreen, B. G. (Ed.). *IAU Colloq. 157: Barred Galaxies*. [S.l.: s.n.], 1996. (Astronomical Society of the Pacific Conference Series, v. 91), p. 23. Citado na página 30.
- Elmegreen, D. M. et al. Near-Infrared Observations of Isophotal Twists in Barred Spiral Galaxies. *AJ*, v. 111, p. 1880, maio 1996. Citado na página 30.
- Evans, A. *The dusty universe*. [S.l.]: Unknown, 1994. Citado na página 19.
- Frisch, P. C.; Slavin, J. D. The chemical composition and gas-to-dust mass ratio of nearby interstellar matter. *The Astrophysical Journal*, American Astronomical Society, v. 594, n. 2, p. 844–858, set. 2003. ISSN 1538-4357. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1086/376689>>. Citado na página 19.
- Gerhard, O. Mass distribution in our Galaxy. *Space Sci. Rev.*, v. 100, p. 129–138, jan. 2002. Citado na página 21.
- Gerhard, O. The Galactic Bar. In: Da Costa, G. S.; Sadler, E. M.; Jerjen, H. (Ed.). *The Dynamics, Structure & History of Galaxies: A Workshop in Honour of Professor Ken Freeman*. [S.l.: s.n.], 2002. (Astronomical Society of the Pacific Conference Series, v. 273), p. 73. Citado na página 29.
- Géron, T. et al. Galaxy zoo: stronger bars facilitate quenching in star-forming galaxies. *MNRAS*, v. 507, n. 3, p. 4389–4408, nov. 2021. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 31.
- Gerssen, J.; Kuijken, K.; Merrifield, M. R. The Pattern Speed of the Bar in NGC 4596. In: Merritt, D. R.; Valluri, M.; Sellwood, J. A. (Ed.). *Galaxy Dynamics - A Rutgers Symposium*. [S.l.: s.n.], 1999. (Astronomical Society of the Pacific Conference Series, v. 182), p. 257. Citado na página 48.
- Hernquist, L. An Analytical Model for Spherical Galaxies and Bulges. *ApJ*, v. 356, p. 359, jun. 1990. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 36.
- Hernquist, L. N-Body Realizations of Compound Galaxies. *ApJS*, v. 86, p. 389, jun. 1993. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 36.
- Hilmi, T. et al. Fluctuations in galactic bar parameters due to bar-spiral interaction. *MNRAS*, v. 497, n. 1, p. 933–955, set. 2020. Citado na página 23.
- IOWA, U. of. *Hubble's Tuning Fork*. 2024. Disponível em: <<https://itu.physics.uiowa.edu/labs/advanced/classifying-galaxies/part-1-hubbles-tuning-fork>>. Citado na página 20.
- Johnson, H. M. Is the Galaxy a barred spiral? *AJ*, v. 62, p. 19, fev. 1957. Citado na página 29.
- Kent, S. M. Surface Photometry of Six Local Group Galaxies. *AJ*, v. 94, p. 306, ago. 1987. Citado na página 49.
- Kim, T. et al. The Mass Profile and Shape of Bars in the Spitzer Survey of Stellar Structure in Galaxies (S⁴G): Search for an Age Indicator for Bars. *ApJ*, v. 799, n. 1, p. 99, jan. 2015. Citado na página 30.
- Koopmann, R. A. *Environmental Effects on Morphology and Massive Star Formation in 93 Bright Virgo Cluster and Isolated Spiral Galaxies*. Tese (Doutorado) — Yale University, Connecticut, jan 1997. Citado na página 20.

- Kruk, S. J. et al. Galaxy Zoo: secular evolution of barred galaxies from structural decomposition of multiband images. *MNRAS*, v. 473, n. 4, p. 4731–4753, fev. 2018. Citado na página 30.
- Lin, C. C.; Shu, F. H. On the Spiral Structure of Disk Galaxies. *ApJ*, v. 140, p. 646, ago. 1964. Citado na página 25.
- Lindblad, B. On the Dynamics of the Barred Spiral Nebulae. *PASP*, v. 59, n. 351, p. 305, dez. 1947. Citado na página 25.
- Lintott, C. J. et al. Galaxy zoo: Morphologies derived from visual inspection of galaxies from the sloan digital sky survey. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 389, n. 3, p. 1179–1189, 2008. Citado na página 30.
- Meidt, S. E. et al. Tests of the Radial Tremaine-Weinberg Method. *ApJ*, v. 676, n. 2, p. 899–919, abr. 2008. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 65.
- Merrifield, M. R.; Kuijken, K. The pattern speed of the bar in NGC 936. *MNRAS*, v. 274, n. 3, p. 933–938, jun. 1995. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 49.
- Merrifield, M. R.; Rand, R. J.; Meidt, S. E. The lifetime of grand design. *MNRAS*, v. 366, n. 1, p. L17–L21, fev. 2006. Citado na página 34.
- Pfenniger, D.; Friedli, D. Structure and dynamics of 3D N-body barred galaxies. *A&A*, v. 252, p. 75–93, dez. 1991. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 33.
- Pfenniger, D.; Saha, K.; Wu, Y.-T. Five methods for determining pattern speeds in galaxies. I. Methods. *A&A*, v. 673, p. A36, maio 2023. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 33.
- Reynolds, J. H. The forms and development of the spiral and allied nebulae. *MNRAS*, v. 85, p. 1014–1020, jun. 1925. Citado na página 27.
- Roberts, W. W. Large-Scale Shock Formation in Spiral Galaxies and its Implications on Star Formation. *ApJ*, v. 158, p. 123, out. 1969. Citado 3 vezes nas páginas 13, 25 e 26.
- Rodrigues, D. C.; Hernández-Arboleda, A. Rotação de galáxias e matéria escura. *Cad. Astro.*, 2021. Citado na página 20.
- Rots, A. H. Distribution and kinematics of neutral hydrogen in the spiral galaxy M81. II. Analysis. *A&A*, v. 45, p. 43–55, dez. 1975. Citado na página 27.
- Sellwood, J. A.; Athanassoula, E. Unstable modes from galaxy simulations. *MNRAS*, v. 221, p. 195–212, jul. 1986. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 32.
- Sellwood, J. A.; Sánchez, R. Z. Pattern speeds in simulated and observed galaxies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 404, p. 1733–1742, 2010. Citado na página 43.
- Sparke, L. S.; Sellwood, J. A. Dissection of an N-body bar. *MNRAS*, v. 225, p. 653–675, abr. 1987. Citado na página 23.
- Springel, V.; Di Matteo, T.; Hernquist, L. Modelling feedback from stars and black holes in galaxy mergers. *MNRAS*, v. 361, n. 3, p. 776–794, ago. 2005. Citado 4 vezes nas páginas 35, 36, 37 e 38.

- Springel, V. et al. Simulating cosmic structure formation with the GADGET-4 code. *MNRAS*, v. 506, n. 2, p. 2871–2949, set. 2021. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 42.
- Springel, V.; White, S. D. M. Tidal tails in cold dark matter cosmologies. *MNRAS*, v. 307, n. 1, p. 162–178, jul. 1999. Citado na página 35.
- Toomre, A. On the gravitational stability of a disk of stars. *The Astrophysical Journal*, v. 139, p. 1217–1238, 1964. Citado na página 36.
- Tremaine, S.; Weinberg, M. D. A kinematic method for measuring the pattern speed of barred galaxies. *ApJ*, v. 282, p. L5–L7, jul. 1984. Citado 4 vezes nas páginas 23, 34, 46 e 63.
- Wu, Y.-T.; Pfenniger, D.; Taam, R. E. Time-dependent Pattern Speeds in Barred Galaxies. *ApJ*, v. 860, n. 2, p. 152, jun. 2018. Citado na página 33.
- Yu, S.; Ho, L. C. On the connection between spiral arm pitch angle and galaxy properties. *The Astrophysical Journal*, v. 871, n. 1, p. 194, 2019. Citado na página 28.
- Zimmer, P.; Rand, R. J.; McGraw, J. T. The Pattern Speeds of M51, M83, and NGC 6946 Using CO and the Tremaine-Weinberg Method. *ApJ*, v. 607, n. 1, p. 285–293, maio 2004. Citado na página 48.